

1. Teilklausur, UE Thermodynamik (PHY.J04UF/PHY.J04UB)

25.11.2021

Aufgabe 1: Van-der-Waals Gas vs. Ideales Gas (10 Punkte: a) 5P, b) 5P)

Wie in der Übung gezeigt lässt sich das totale Differential der Inneren Energie in der folgenden Form darstellen:

$$dU(V, T) = \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p \right] dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT$$

- a) Berechnen Sie das Differential dU der inneren Energie explizit für das Van-der-Waals (VdW) Gas unter Verwendung der VdW-Gleichung:

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT.$$

$$\text{In guter Näherung gelte: } \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = C_V = \frac{3}{2} nR$$

- b) Berechnen Sie nun die Änderung der inneren Energie von n Mol eines VdW-Gases bei einer isothermen Expansion von V_A auf das doppelte Volumen und vergleichen Sie diese Änderung mit derjenigen eines idealen Gases (ebenfalls n Mol). Erklären Sie den Unterschied.

Aufgabe 2: Prozesse im pV -Diagramm (14 Punkte: a) 3P, b) 3P, c) 6P, d) 2P)

Nun wird mit dem idealen Gas aus Aufgabe (1b) eine zweite Prozessfolge zwischen dem gleichen Anfangszustand A und Endzustand C durchgeführt. Der erste Prozess (I) ist also der einzelne isotherme Prozess $A \rightarrow C$ aus (1b), die zweite Prozessfolge (II) besteht aus zwei Teilprozessen, einem isobaren Teilprozess $A \rightarrow B$ und einem isochoren Teilprozess $B \rightarrow C$:

Prozessfolge I:

$A \rightarrow C$: Isotherme Expansion von V_A auf das doppelte Volumen

Prozessfolge II:

$A \rightarrow B$: Isobare Expansion auf das doppelte Volumen bei p_A

$B \rightarrow C$: Isochore Abkühlung auf den Endzustand

- a) Skizzieren Sie beide Prozessfolgen im **pV -Diagramm auf Seite 1 des Lösungsblattes.**
- b) Drücken Sie T_A und die Zustandsgrößen p , V und T in den Zuständen B und C durch die bekannten Größen p_A und V_A aus. **Tragen Sie Ihre Ergebnisse in die Tabelle auf Seite 1 des Lösungsblattes ein!**
- c) Geben Sie, ausgehend von den jeweiligen differentiellen Formeln, Ausdrücke für die *verrichtete Arbeit* und die *ausgetauschte Wärme* während jeder Prozessfolge an. Formen Sie die Ausdrücke mit den Ergebnissen aus (2b) um, sodass sie nur von den Größen V_A bzw. T_A abhängig sind.
Hinweis: Die Wärmekapazität des Gases bei konstantem Druck bzw. Volumen (C_p bzw. C_V) kann als bekannt vorausgesetzt werden.
- d) Der Entropieunterschied des Systems zwischen Anfangspunkt A und Endpunkt C für beide Prozessfolgen ist gleich ($\Delta S_I = \Delta S_{II}$), für die verrichtete Arbeit oder ausgetauschte Wärme gilt das aber im Allgemeinen nicht. Wieso? (*Qualitative Begründung!*)

Aufgabe 3: Legendre Transformation (6 Punkte)

Gehen Sie vom Differential der freien Enthalpie $G(p, T)$

$$dG = -SdT + Vdp$$

aus und konstruieren Sie mittels der Legendre-Transformation

$$\tilde{f} \left(\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y, y \right) = f - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y x$$

alle möglichen Transformationsfunktionen. Betrachten Sie hierzu das jeweilige Differential $d\tilde{f}$. Identifizieren Sie die gefundenen Funktionen!