1. Test aus
Theoretische Elektrodynamik

22. Jänner 2016

Aufgabe 1 (10 Punkte)
Gegeben sei eine statische Ladungsverteilung $\rho(\boldsymbol{r})$.

(a) Geben Sie die Ausdrücke für das elektrische Feld $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ sowie das zugehörige Potential $V(\boldsymbol{r})$ an.

(b) Zeigen Sie durch explizite Rechnung, wie man mit dem Potentialausdruck aus 1(a) sowie $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\nabla V(\boldsymbol{r})$ das elektrische Feld berechnen kann.

(c) Drücken Sie die Multipolentwicklung des Potentials mit Hilfe der Legendrepolynome aus.

(d) Wie sehen der Monopol- und Dipolterm aus? Drücken Sie die beiden Terme mit Hilfe der Gesamtladung Q sowie des Dipolmoments $\boldsymbol{p}$ aus.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

(a) Diskutieren Sie, weshalb die Oberfläche eines elektrischen Leiters eine Äquipotentialfläche ist und weshalb im Inneren des Leiters kein Feld vorhanden ist.

(b) Zeigen Sie, dass die Lösung der Poissongleichung für eine Ladungsverteilung $\rho(\boldsymbol{r})$ in einem Gebiet Ω eindeutig ist, wenn man die Werte des Potentials am Rand $\partial\Omega$ kennt (1. Eindeutigkeitstheorem).

Aufgabe 3 (5 Punkte)

(a) Erläutern Sie die Begriffe "dielektrische Verschiebung" sowie "Polarisation". Wie sind sie definiert?

(b) Was sind "lineare Medien"? Geben Sie den Zusammenhang zwischen Polarisation und elektrischem Feld an.

(c) Erläutern Sie die Begriffe "Suszeptibilität" sowie "Dielektrizitätskonstante". Wie sind sie definiert, was beschreiben sie physikalisch?

Aufgabe 4 (10 Punkte)
Schreiben Sie die Maxwellgleichungen an und zeigen Sie, wie man aus ihnen das Poyntingtheorem herleiten kann. Diskutieren Sie in Worten die Bedeutung des Theorems.

(Fortsetzung auf hinterer Blattseite)

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Zeigen Sie, wie man aus den Maxwellgleichungen die Wellengleichung herleiten kann.

(b) Betrachten Sie eine ebene, harmonische Welle mit Wellenzahlvektor $\boldsymbol{k}$ sowie Kreisfrequenz ω (komplexe Darstellung): zeigen Sie durch Rechnung, wie die zugehörige Wellengleichung aussieht.

(c) Bestimmen Sie den Zusammenhang wischen Wellenzahl k und Kreisfrequenz ω (Dispersionsrelation), sowie die Gruppengeschwindigkeit v_g.

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Schreiben Sie die Maxwellgleichungen in Materie an (benutzen Sie $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{H}$). Zeigen Sie durch explizite Rechnung, wie man bei linearen Medien die Randbedingungen der Felder an einer Grenzschicht (ε_1, μ_1, ε_2, μ_2) bestimmen kann.

Aufgabe 7 (15 Punkte)

(a) Zeigen Sie, wie in der Elektrodynamik die Potentiale V und $\boldsymbol{A}$ definiert sind.

(b) Was sind Eichtransformationen? Erklären Sie den Begriff anhand der Lorentzeichung.

(c) Geben Sie die allgemeinen Ausdrücke für $V(\boldsymbol{r}, t)$ und $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$ in der Lorentzeichung an (retardierte Potentiale).

(d) Wie lässt sich der Ausdruck für $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})e^{-i\omega t}$ für eine harmonische Zeitabhängigkeit vereinfachen? Leiten Sie den führenden Term für die Potentiale in großer Entfernung von der Quelle her.

Aufgabe 8 (10 Punkte)

(a) Wie sind die Vierergeschwindigkeit sowie der Viererimpuls in der Relativitätsteorie definiert? Wie transformieren sie bei einer Lorentztransformation?

(b) Geben Sie den kovarianten Ausdruck für die Lorentzkraft an (erläutern Sie kurz die vorkommenden Größen). Wie ist die Viererkraft f^μ mit der üblichen Kraft $\boldsymbol{F}$ verknüpft?

(c) Wie sehen die Maxwellgleichungen in kovarianter Formulierung aus?

(d) Geben Sie den Zusammenhang zwischen Feldtensor $F^{\mu\nu}$ und Viererpotential A^μ an. Zeigen Sie, wie die Maxwellgleichungen für das Viererpotential aussehen (benutzen Sie die Lorentzeichung).