

1. Test aus *Theoretische Elektrodynamik*

8. März 2024

Aufgabe 1 (10 Punkte) Betrachten Sie N Punktladungen mit den Ladungen q_i , die sich an den Orten \mathbf{r}_i befinden.

- Geben Sie die Ausdrücke für das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ sowie das zugehörige Potential $V(\mathbf{r})$ an.
- Leiten Sie den Ausdruck für die potentielle Energie W her, die in der Ladungsverteilung gespeichert ist.
- Geben Sie für eine kontinuierliche Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ die Ausdrücke für das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ sowie das zugehörige Potential $V(\mathbf{r})$ an.
- Verallgemeinern Sie den Ausdruck aus Aufgabe 1(b) für eine kontinuierliche Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ und drücken Sie W durch das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ aus. ✓

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- Diskutieren Sie das Konzept von Bildladungen anhand einer Punktladung und (i) einem Leiter, der einen Halbraum ausfüllt, sowie (ii) einer leitenden Kugel. Weshalb kann man Bildladungen anstelle der expliziten Lösung der Poissongleichung benutzen?
- Diskutieren Sie das zweite Eindeigkeitstheorem der Elektrostatik anhand einer Skizze. Sie müssen das Theorem nicht herleiten.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

- Was ist die "dielektrische Verschiebung"? Was ist eine "konstituierende Beziehung" in der Elektrostatik?
- Was sind "lineare Materialien"? Durch welche Materialgrößen werden sie in der Elektrostatik beschrieben?
- Wie lauten die Randbedingungen zwischen zwei Dielektrika? Starten Sie von den Maxwellgleichungen in Materie und leiten Sie die Randbedingungen mit Hilfe des Gaußschen und Stokesschen Integralsatzes her.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- Was besagt die Kontinuitätsgleichung? Diskutieren Sie sowohl die differentielle Form als auch die Integralbeziehung. Drücken Sie die Bedeutung der Gleichung klar in Worten aus.
- Wie lautet das Biot-Savartsche Gesetz? Erstellen Sie eine Skizze und erklären Sie die Bedeutung aller Größen, die in dem Gesetz vorkommen. ✓
- Diskutieren Sie die Multipolentwicklung für eine lokalisierte Stromverteilung und das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r})$. Wie lautet das (vektorielle) magnetische Dipolmoment für einen Kreisstrom? Erstellen Sie eine Skizze.

(weiter auf der Rückseite)

Aufgabe 5 (10 Punkte)

- Wie lauten die Maxwellgleichungen in Materie? Geben Sie den Zusammenhang der Ladungs- und Stromverteilungen ρ , \mathbf{J} und den freien Verteilungen ρ_f , \mathbf{J}_f sowie der Polarisation \mathbf{P} und Magnetisierung \mathbf{M} an.
- Zeigen Sie, wie man mit Hilfe der Ausdrücke aus 5(a) die Maxwellgleichungen in Materie herleiten kann.
- Zeigen Sie, wie man ausgehend von den Maxwellgleichungen in Materie die Randbedingungen für D^\perp und \mathbf{E}^\parallel zwischen zwei Materialien erhalten kann.

Aufgabe 6 (10 Punkte)

- Wie lautet die skalare Wellengleichung in 1D und 3D? Diskutieren Sie allgemeine Eigenschaften der Lösungen. Was sind harmonische Wellen? Durch welche Größen sind sie in 1D und 3D beschrieben, und wie ist der Zusammenhang zwischen harmonischen und allgemeinen Lösungen der Wellengleichung?
- Wie lautet die Dispersionsrelation für eine elektromagnetische Welle. Zeigen Sie ausgehend von den Maxwellgleichungen, dass \mathbf{E} , \mathbf{B} und \mathbf{k} ein rechtshändiges Dreibein bilden. Wie lautet der Ausdruck für den (zeitgemittelten) Poyntingvektor?
- Welche Unterschiede gibt es zwischen Wellenpropagation (i) im Vakuum und (ii) in einem Medium mit den Materialkonstanten ϵ , μ ?

Aufgabe 7 (10 Punkte)

- Wie lassen sich in der Elektrodynamik die Felder \mathbf{E} , \mathbf{B} durch die Potentiale V , \mathbf{A} ausdrücken? Welche Maxwellgleichungen sind dadurch automatisch erfüllt?
- Was sind Eichtransformationen? Erklären Sie den Begriff anhand der Lorenzeichung.
- Geben Sie die allgemeinen Ausdrücke für $V(\mathbf{r}, t)$ und $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ in der Lorenzeichung an (retardierte Potentiale).
- Wie lässt sich der Ausdruck für $\mathbf{A}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ für eine harmonische Zeitabhängigkeit vereinfachen? Leiten Sie den führenden Term für die Potentiale in großer Entfernung von der Quelle her.

Aufgabe 8 (10 Punkte)

- Wie sind die Vierergeschwindigkeit sowie der Viererimpuls in der Relativitätstheorie definiert? Wie transformieren sie bei einer Lorentztransformation?
- Geben Sie den kovarianten Ausdruck für die Lorentzkraft an (erläutern Sie kurz die vorkommenden Größen). Wie ist die Viererkraft f^μ mit der üblichen Kraft \mathbf{F} verknüpft?
- Wie sehen die Maxwellgleichungen in kovarianter Formulierung aus?