

1. Test aus *Theoretische Elektrodynamik*

6. Februar 2026

Aufgabe 1 (10 Punkte) Gegeben sei eine statische Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$.

- Geben Sie die Ausdrücke für das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ sowie das zugehörige Potential $V(\mathbf{r})$ an.
- Unter welchen Bedingungen kann man eine Multipolentwicklung durchführen? Drücken Sie die Multipolentwicklung des Potentials mit Hilfe der Legendrepolynome aus.
- Wie lautet das Potential für einen Dipol mit dem Dipolmoment \mathbf{p} ?

Aufgabe 2 (10 Punkte) Leiten Sie den Ausdruck für die Gesamtenergie her, die in einer Ladungsverteilung von n Punktladungen gespeichert ist. Verallgemeinern Sie den Ausdruck für eine kontinuierliche Ladungsverteilung. Zeigen Sie durch explizite Rechnung, wie die Energie entweder als Funktion von $\rho(\mathbf{r})$, $V(\mathbf{r})$ oder von $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ angeschrieben werden kann.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

- Diskutieren Sie, weshalb die Oberfläche eines elektrischen Leiters eine Äquipotentialfläche ist und weshalb im Inneren des Leiters kein Feld vorhanden ist.
- Zeigen Sie, dass die Lösung der Poissongleichung für eine Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ in einem Gebiet Ω eindeutig ist, wenn man die Werte des Potentials am Rand $\partial\Omega$ kennt (1. Eindeigkeitstheorem).

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- Betrachten Sie eine Ladungsverteilung $\rho_f + \rho_b$, die aus einem freien und einem gebundenen Teil besteht. Wie ist ρ_b mit der Polarisation \mathbf{P} verknüpft?
- Leiten Sie aus dem Gaußschen Gesetz $\varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$ die dielektrische Verschiebung her. Wie ist sie definiert?
- Was sind "lineare Medien"? Geben Sie den Zusammenhang zwischen Polarisation und elektrischem Feld an. Erläutern Sie die Begriffe "Suszeptibilität" sowie "Dielektrizitätskonstante". Wie sind sie definiert, was beschreiben sie physikalisch?

Aufgabe 5 (10 Punkte)

- Wie sieht in der Magnetostatik der magnetische Fluss $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ aus, der von einer Stromverteilung $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ hervorgerufen wird?
- Wie sind $\nabla \cdot \mathbf{B}$ und $\nabla \times \mathbf{B}$ in der Magnetostatik definiert?
- Zeigen Sie, wie das Vektorpotential in der Magnetostatik definiert ist und leiten Sie die Bestimmungsgleichung für $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ her.
- Diskutieren Sie das Prinzip von Eichtransformationen und bestimmen Sie die Eichfunktion $\lambda(\mathbf{r})$, die zu einem transversalen Potential $\nabla \cdot \mathbf{A}$ führt.

(Fortsetzung auf der Rückseite)

Aufgabe 6 (10 Punkte) Schreiben Sie die Maxwellgleichungen an und zeigen Sie, wie man aus ihnen das Poyntingtheorem herleiten kann. Diskutieren Sie in Worten die Bedeutung des Theorems. $U = \frac{1}{2} \cdot (D \cdot E + B \cdot H)$

Aufgabe 7 (10 Punkte)

- Zeigen Sie, wie man aus den Maxwellgleichungen für $\rho = 0$, $\mathbf{J} = 0$ die Wellengleichung herleiten kann.
- Betrachten Sie eine ebene, harmonische Welle mit Wellenzahlvektor \mathbf{k} sowie Kreisfrequenz ω (komplexe Darstellung): Wie sehen die Maxwellgleichungen aus? (Tipp: Ersetzen Sie $\nabla \rightarrow i\mathbf{k}$ und $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$). Zeigen Sie, dass elektromagnetische Wellen Transversalwellen sind.
- Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen Wellenzahl k und Kreisfrequenz ω (Dispersionsrelation).

Aufgabe 8 (10 Punkte)

- Zeigen Sie, wie in der Elektrodynamik die Potentiale V und \mathbf{A} definiert sind.
- Was sind Eichtransformationen? Erklären Sie den Begriff anhand der Lorenzeichung.
- Geben Sie die allgemeinen Ausdrücke für $V(\mathbf{r}, t)$ und $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ in der Lorenzeichung an (retardierte Potentiale).
- Wie lässt sich der Ausdruck für $\mathbf{A}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ für eine harmonische Zeitabhängigkeit vereinfachen? Leiten Sie den führenden Term für die Potentiale in großer Entfernung von der Quelle her.

Aufgabe 9 (10 Punkte)

- Wie lauten die beiden Grundannahmen der Relativitätstheorie? Wie sieht die Lorentztransformation aus? Diskutieren Sie die Bedeutung von $(x^\mu) = (ct, \mathbf{r})$, der Vierergeschwindigkeit und der Eigenzeit.
- Was ist eine kovariante Formulierung? Welches Transformationsverhalten gilt für (Vierer)vektoren und Tensoren?
- Wie lautet die kovariante Formulierung (i) der Kontinuitätsgleichung, (ii) der Lorentzkraft und (iii) der inhomogenen Maxwellgleichungen? Drücken Sie die Komponenten des elektromagnetischen Feldtensors durch die elektromagnetischen Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} aus.