

2. Test Elektrodynamik, WS 2021/22

31.01.2022

Aufgabe 1. (20 Punkte) Eine harmonische, ebene Welle trifft auf eine Grenzschicht an der Stelle $z = 0$ zwischen Luft ($z < 0$) und einem Dielektrikum ($z > 0$) und wird teilweise reflektiert:

$$\mathbf{E}(x, z) = E_0 \hat{\mathbf{y}} e^{i(k_x x + k_z z)} + r E_0 \hat{\mathbf{y}} e^{i(k_x x - k_z z)} \quad \text{für } z < 0.$$

r ist der im Allgemeinen komplexe Reflexionskoeffizient. Beantworten Sie folgende Fragen:

- Wie sind die Kreisfrequenz ω und die Wellenzahlvektoren $(k_x, 0, \pm k_z)$ miteinander verknüpft?
- Bestimmen Sie die Komponenten von \mathbf{B} für die einlaufende und reflektierte Welle.
- Bestimmen Sie die zeitgemittelten Poyntingvektoren für die einlaufende und reflektierte Welle.
- Bestimmen Sie die Intensität $I(x, z) = |\mathbf{E}(x, z)|^2$ für $z < 0$.

Aufgabe 2. (20 Punkte) Gegeben sei eine linienförmige Ladungsverteilung

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = I_0 \hat{\mathbf{z}} \delta(x) \delta(y) \left(\frac{z^2}{a^2} - 1 \right), \quad -a \leq z \leq a,$$

die harmonisch mit der Kreisfrequenz ω schwingt.

- Wie lautet der Ausdruck für das Vektorpotential im Fernfeld? Vereinfachen Sie den Ausdruck so weit als möglich, Sie müssen das verbleibende Integral nicht lösen.
- Wie vereinfacht sich das Integral für kleine Stromverteilungen mit $ka \ll 1$? Lösen Sie das vereinfachte Integral und geben Sie den Ausdruck für $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ im Fernfeld an.

Aufgabe 3. (20 Punkte) Gegeben sei ein Teilchen mit der Ladung $+q$, das sich entlang der x -Achse auf der Trajektorie

$$x'(t') = \sqrt{b^2 + (ct')^2}$$

bewegt. Für dieses Problem soll im Folgenden mit Hilfe des Liénard-Wiechert-Potentials

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{qc}{Rc - \mathbf{R} \cdot \mathbf{v}} \right]_{t'=t-\frac{R}{c}} \quad \mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'(t')$$

das skalare Potential $V(x, t)$ bestimmt werden, wobei $x > x'(t')$ gelten soll.

- Wie lautet der Ausdruck für die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t')$?
- Wie lautet der Ausdruck für $V(x, t)$ und den Quellpunkt auf der x -Achse? Drücken Sie das Ergebnis durch x , t , x' und t' aus.

- c.** Erstellen Sie eine Skizze (Minkowskidiagramm) mit den Achsen x und ct , und zeichnen Sie die Weltline für das Teilchen und den Beobachter am Punkt x ein. Zeigen Sie exemplarisch, wie man die retardierte Zeit graphisch mit Hilfe einer Lichtlinie bestimmen kann.
- d.** Zeigen Sie, dass die retardierte Zeit folgende Form besitzt:

$$t_r = \frac{b^2 - (x - ct)^2}{2c(x - ct)}.$$