

Theoretische Elektrodynamik, UE
 Wintersemester 2024/2025
 2. Zwischentest
 29.01.2025
 Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Nachname: _____
 Vorname: _____
 Matrikelnummer: _____
 Gruppe: _____

Aufgabe 1: Potentiale 5 Punkte

Gegeben ist ein Vektorpotential der Form

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = (x^2 \mathbf{e}_x + y^2 \mathbf{e}_y) e^{i\omega t}.$$

- (a) Bestimmen Sie das zugehörige Skalarpotential $\phi(\mathbf{r}, t)$ so, dass $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ und $\phi(\mathbf{r}, t)$ die Lorenzgleichung erfüllen.
 (b) Berechnen Sie aus den Potentialen die Felder $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ sowie $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$.

Aufgabe 2: Liénard-Wiechert Potential 5 Punkte

Gegeben sei ein Teilchen mit der Ladung $+q$, das sich entlang der x -Achse auf der Trajektorie

$$x'(t') = \sqrt{a^2 + (ct')^2}$$

bewegt. Für dieses Problem soll im Folgenden mit Hilfe des Liénard-Wiechert-Potentials

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{qc}{Rc - \mathbf{R} \cdot \mathbf{v}} \right]_{t' = t - \frac{R}{c}} \quad \text{with } \mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'(t')$$

das skalare Potential $\phi(x, t)$ bestimmt werden, wobei $x > x'(t')$ gelten soll.

- (a) Wie lautet der Ausdruck für die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t')$?
 (b) Wie lautet der Ausdruck für $\phi(x, t)$? Drücken Sie das Ergebnis durch x , t , x' und t' aus.
 (c) Zeigen Sie, dass die retardierte Zeit folgende Form besitzt:

$$t_r = \frac{a^2 - (x - ct)^2}{2c(x - ct)}$$

Aufgabe 3: Magnetfeld einer bewegten Punktladung 5 Punkte

Wir betrachten zwei Inertialsysteme S und S' , wobei S' sich mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$ relativ zu S bewegt. Beim Übergang von S nach S' transformieren sich die elektrischen und magnetischen Felder wie folgt:

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, & B'_x &= B_x, \\ E'_y &= \gamma(E_y - vB_z), & B'_y &= \gamma\left(B_y + \frac{v}{c^2}E_z\right), \\ E'_z &= \gamma(E_z + vB_y), & B'_z &= \gamma\left(B_z - \frac{v}{c^2}E_y\right). \end{aligned}$$

Verwenden Sie diese Transformationsgesetze (in Analogie zur Übung), um das magnetische Feld einer linear bewegten Punktladung mit Ladung q zu berechnen. Verwenden Sie dazu das Ruhesystem des Teilchens S sowie die Lorentztransformation. Beachten Sie, dass sowohl das Feld \mathbf{B} als auch die Koordinaten \mathbf{r} transformiert werden.