

Theoretische Elektrodynamik, UE  
Wintersemester 2020/2021  
Endklausur - Wiederholung  
02.04.2021  
Bearbeitungszeit: max. 90 Minuten

Vorname: \_\_\_\_\_  
Nachname: \_\_\_\_\_  
Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
Gruppe: \_\_\_\_\_

Schreiben Sie bitte Ihren Namen auf dieses und jedes weitere Blatt.  
Zugelassene Hilfsmittel: **2 doppelseitig händisch beschriebene DIN-A4-Blätter**

**Aufgabe 1: Potentiale** ..... 5 points  
Gegeben ist ein Vektorpotential der Form

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = (x^2 \mathbf{e}_x + y^2 \mathbf{e}_y) e^{i\omega t}$$

- Bestimmen Sie das zugehörige Skalarpotential  $V(\mathbf{r}, t)$  so, dass  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  und  $V(\mathbf{r}, t)$  die Lorenzgleichung erfüllen. (2 Punkte)
- Berechnen Sie aus den Potentialen die Felder  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  sowie  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ . (2 Punkte)
- Berechnen Sie nun den zeitlichen Mittelwert des Poynting-Vektors. (1 Punkt)

*Hinweis:* Die Lorenzgleichung lautet

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial V(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0$$

**Aufgabe 2: Magnetfeld einer bewegten Punktladung** ..... 5 points  
Wir betrachten zwei Inertialsysteme  $S$  und  $S'$ , wobei  $S'$  sich mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$  relativ zu  $S$  bewegt. Beim Übergang von  $S$  nach  $S'$  transformieren sich die elektrischen und magnetischen Felder wie folgt:

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, & E'_y &= \gamma(E_y - vB_z), & E'_z &= \gamma(E_z + vB_y) \\ B'_x &= B_x, & B'_y &= \gamma(B_y + \frac{v}{c^2}E_z), & B'_z &= \gamma(B_z - \frac{v}{c^2}E_y). \end{aligned}$$

- Verwenden Sie diese Transformationsgesetze (in Analogie zur Übung), um das elektrische sowie magnetische Feld einer linear bewegten Punktladung mit Ladung  $q$  zu berechnen. Verwenden Sie dazu das Ruhesystem des Teilchens, sowie die Lorentztransformation. (3 Punkte)
- Zeigen Sie, dass es sich bei dem Ausdruck  $\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2$  um ein Lorentzskalar handelt. Nutzen Sie auch hierzu die obigen Transformationsgesetze. (2 Punkte)

*Hinweis:* Für ein Lorentzskalar gilt  $\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2 = \mathbf{E}'^2 - \mathbf{B}'^2$ .

**Zusatzbeispiel:**

Bestimmen Sie für Aufgabe (1) eine Eichfunktion  $\Lambda(\mathbf{r}, t)$ , so dass die neuen Potentiale  $\mathbf{A}'(\mathbf{r}, t)$  und  $V'(\mathbf{r}, t)$  die Coulombgleichung erfüllen. Zeigen Sie außerdem durch explizites Ausrechnen der Felder  $\mathbf{E}'(\mathbf{r}, t)$  sowie  $\mathbf{B}'(\mathbf{r}, t)$  und Vergleichen mit den Feldern  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  sowie  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ , dass diese durch die Eichfunktion  $\Lambda(\mathbf{r}, t)$  nicht beeinflusst werden.

*Hinweis:* In der Coulombgleichung gilt  $\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0$