[redacted]

1/

2. Test Elektrodynamik, WS 2025/26

02.02.2026

Wichtig: Lesen Sie die Aufgaben aufmerksam durch. Sie enthalten viele Zusatzinformationen, die Sie zum Lösen der Aufgaben benötigen. Der überwiegende Teil der Aufgaben sollte aus den Übungen bekannt sein.

Aufgabe 1. (20 Punkte)

Die x, y-Ebene bildet die Grenzfläche zwischen zwei Medien mit den Brechungsindizes n_1 und n_2. Weiters gilt $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Auf diese Grenzfläche fällt eine elektromagnetische Welle der Form

$$\boldsymbol{E}_I(z,t) = \hat{\boldsymbol{x}}\, e^{i(k_1 z - \omega t)}$$

ein. Ein Teil der Welle wird reflektiert, der andere Teil in das Medium 2 transmittiert:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_R(z,t) &= R\,\hat{\boldsymbol{x}}\, e^{i(-k_1 z - \omega t)} \\ \boldsymbol{E}_T(z,t) &= T\,\hat{\boldsymbol{x}}\, e^{i(k_2 z - \omega t)} . \end{aligned}$$

a. Wie lauten die Ausbreitungsrichtungen $\hat{\boldsymbol{k}}$ für die unterschiedlichen Wellenteile? Bestimmen Sie aus $\boldsymbol{B} = (\hat{\boldsymbol{k}} \times \boldsymbol{E})n/c$ das einfallende, reflektierte und transmittierte B-Feld.

b. Wie lauten die Randbedingungen der (Parallel)-Felder an der Grenzfläche?

c. Bestimmen Sie R, T aus den Randbedingungen der Maxwellgleichungen.

Tipp: Für die Wellenzahlen in den beiden Medien gilt $k_1 = n_1 k_0$ und $k_2 = n_2 k_0$, wobei k_0 die Wellenzahl des Lichts im Vakuum ist. Sie können in der Rechnung die Terme für die Zeitabhängigkeit $e^{-i\omega t}$ weglassen.

Aufgabe 2. (25 Punkte)

Gegeben sei eine Stromverteilung entlang der z-Achse $(-a \leq z \leq a)$

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}) = I_0(a^2 - z^2)\delta(x)\delta(y)\,\hat{\boldsymbol{z}}\,,$$

die mit der Kreisfrequenz ω schwingt. I_0 ist eine Konstante.

a. Wie lautet der Ausdruck für das Vektorpotential $\boldsymbol{A}_{\text{far}}(\hat{\boldsymbol{r}})$ im Fernfeld?

b. Bestimmen Sie $\boldsymbol{A}_{\text{far}}(\hat{\boldsymbol{r}})$ unter Zuhilfenahme der Dipolnäherung $ka \ll 1$.

d. Diskutieren Sie, wie man im Fernfeld aus $\boldsymbol{A}_{\text{far}}(\hat{\boldsymbol{r}})$ die elektromagnetischen Felder bestimmen kann. Sie müssen die elektromagnetischen Felder nicht explizit ausrechnen. Welche Beziehungen gelten für $\hat{\boldsymbol{r}}$, $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{B}$ im Fernfeld?

d. Bestimmen Sie $\boldsymbol{A}_{\text{far}}(\boldsymbol{r})$ *ohne* Zuhilfenahme der Dipolnäherung. Lösen Sie nur das Integral, das Ergebnis müssen Sie nicht weiter vereinfachen. Tipp: lösen Sie die Aufgabe 2(d) ganz am Ende, wenn Sie noch genügend Zeit haben.

(Weiter auf der Rückseite)

Jakob Leitbauer 12316191

Aufgabe 3. (15 Punkte) Gegeben seien ein ruhendes Inertialsystem von Alice (A) und eines von Bob (B), das sich mit der Geschwindigkeit v entlang der x-Achse bewegt.

a. Benutzen Sie das unten gezeigte Minkowskidiagramm für ein Inertialsystem S, das sich mit der Geschwindigkeit $v/2$ entlang der x-Achse bewegt (symmetrisches Diagramm). Bezeichnen Sie die Zeit- und x-Achsen für A $(-v/2)$ und B $(+v/2)$. Wie lauten die Formelm für die Weltlinien von $x_A = 0$ und $x_B = 0$ in S?

b. Zeichnen Sie Achseneinheiten ("Meter" und "Sekunden") für A und B ein. Sind diese in A und B unterschiedlich oder gleich?

c. Gegeben sei in A eine ebene elektromagnetische Welle, deren Maxima zum Zeitpunkt null genau an den Achseneinheiten liegen. Zeichnen Sie im Minkowskidiagramm die Ausbreitung von einigen Maximapositionen ein (die Welle soll sich in die positive x-Richtung ausbreiten).

d. Markieren sie für Alice ($x_A = 0$) die Zeitpunkte, an denen sie ein Maximum beobachtet. Markieren sie für Bob ($x_B = 0$) die Zeitpunkte, an denen er ein Maximum beobachtet. Sind die Zeitabstände zwischen zwei Maxima gleich oder unterschiedlich? Falls sie unterschiedlich sind, wer muss zwischen den Maximabeobachtungen länger warten? (Relativistische Dopplerverschiebung).

[redacted]