Theoretische Elektrodynamik, UE
Wintersemester 2024/2025
2. Zwischentest
29.01.2025
Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Nachname: ____________
Vorname: ____________
Matrikelnummer: ____________
Gruppe: ____________

Aufgabe 1: Potentiale .... 5 Punkte

Gegeben ist ein Vektorpotential der Form

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = (x^2\mathbf{e}_x + y^2\mathbf{e}_y)e^{i\omega t}.$$

(a) Bestimmen Sie das zugehörige Skalarpotential $\phi(\mathbf{r},t)$ so, dass $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ und $\phi(\mathbf{r},t)$ die Lorenzeichung erfüllen.

(b) Berechnen Sie aus den Potentialen die Felder $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ sowie $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$.

Aufgabe 2: Liénard-Wiechert Potential .... 5 Punkte

Gegeben sei ein Teilchen mit der Ladung $+q$, das sich entlang der x-Achse auf der Trajektorie

$$x'(t') = \sqrt{a^2 + (ct')^2}$$

bewegt. Für dieses Problem soll im Folgenden mit Hilfe des Liénard-Wiechert-Potentials

$$\phi(\mathbf{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{qc}{Rc - \mathbf{R}\cdot\mathbf{v}}\right]_{t'=t-\frac{R}{c}} \quad \text{with} \quad \mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'(t')$$

das skalare Potential $\phi(x,t)$ bestimmt werden, wobei $x > x'(t')$ gelten soll.

(a) Wie lautet der Ausdruck für die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t')$?

(b) Wie lautet der Ausdruck für $\phi(x,t)$? Drücken Sie das Ergebnis durch x, t, x' und t' aus.

(c) Zeigen Sie, dass die retardierte Zeit folgende Form besitzt:

$$t_r = \frac{a^2 - (x-ct)^2}{2c(x-ct)}$$

Aufgabe 3: Magnetfeld einer bewegten Punktladung .... 5 Punkte

Wir betrachten zwei Inertialsysteme S und S', wobei S' sich mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$ relativ zu S bewegt. Beim Übergang von S nach S' transformieren sich die elektrischen und magnetischen Felder wie folgt:

$$E'_x = E_x, \quad B'_x = B_x,$$
$$E'_y = \gamma(E_y - vB_z), \quad B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{v}{c^2}E_z\right),$$
$$E'_z = \gamma(E_z + vB_y), \quad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{v}{c^2}E_y\right).$$

Verwenden Sie diese Transformationsgesetze (in Analogie zur Übung), um das magnetische Feld einer linear bewegten Punktladung mit Ladung q zu berechnen. Verwenden Sie dazu das Ruhesystem des Teilchens S sowie die Lorentztransformation. Beachten Sie, dass sowohl das Feld $\mathbf{B}$ als auch die Koordinaten $\mathbf{r}$ transformiert werden.