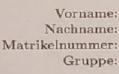
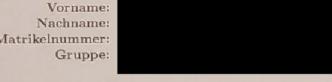
Theoretische Elektrodynamik, UE Wintersemester 2024/2025 Zwischentest 25.04.2025 Bearbeitungszeit: 90 Minuten





die Form

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \frac{e^{i(kr-\omega t)}}{r}\,\frac{\mu_0}{4\pi}\int\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{-ik\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{r}'}\,d^3r'\,.$$

a) Schreiben Sie das Integral von A(r,t) f
 ür die Stromverteilung

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = I_0 \hat{\mathbf{z}} \, \delta(x) \delta(y) \left(|z| - a \right)^2 \,, \quad |z| \le a$$

als Linienintegral $\int \dots dz'$ an, wobei der Integrand explizit von der Integrationsvariable z' abhängen soll. Sie müssen das Integral nicht lösen.

b) Schreiben Sie den Ausdruck für $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ nun in der $Dipoln\"{a}herung$ $(ka\ll 1)$ und lösen Sie das zugehörige Integral.

Tipp: Berücksichtigen Sie einfachheitshalber nur den ersten Term.

Gegeben sei ein Teilchen mit der Ladung +q, das sich entlang der x-Achse auf der Trajektorie

$$x'(t') = \sqrt{a^2 + (ct')^2}$$

bewegt. Für dieses Problem soll im Folgenden mit Hilfe des Liénard-Wiechert-Potentials

$$\phi(\mathbf{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{qc}{Rc - \mathbf{R} \cdot \mathbf{v}} \right]_{t' = t - \frac{R}{c}} \quad \text{with} \quad \mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'(t')$$

das skalare Potential $\phi(x,t)$ bestimmt werden, wobei x > x'(t') gelten soll.

- (a) Wie lautet der Ausdruck f
 ür die Geschwindigkeit v(t')?
- (b) Wie lautet der Ausdruck für φ(x,t)? Drücken Sie das Ergebnis durch x, t, x' und t' aus.
- (c) Zeigen Sie, dass die retardierte Zeit folgende Form besitzt:

$$t_r = \frac{a^2 - (x - ct)^2}{2c(x - ct)}$$

Aufgabe 3: Relativistische Elektrodynamik..... Gegeben sei eine statische Ladungsverteilung $\rho_{\text{stat}}(\mathbf{r})$, die sich mit konstanter Geschwindigkeit v in z-Richtung bewegt,

$$\rho(x, y, z, t) = \rho_{\text{stat}}(x, y, z - vt)$$
, $\mathbf{J}(x, y, z, t) = \hat{\mathbf{z}}v \, \rho_{\text{stat}}(x, y, z - vt)$.

- a) Zeigen Sie, dass ρ und J die Kontinuitätsgleichung erfüllen
- b) Gehen Sie vom Ruhesystem S' einer Punktladung aus. Zeigen Sie, dass $\Phi'(\mathbf{r}',t')$ und $\mathbf{A}'(\mathbf{r}',t')$ die Lorenzeichung erfüllen.
- c) Bestimmen Sie nun durch Transformation die Potentiale Φ(r,t) und A(r,t) f
 ür ein beliebiges Inertialsystem und zeigen Sie, dass diese nach wie vor die Lorenzeichung erfüllen. Tipp: Setzen Sie c=1.