

1. Test Elektrodynamik, WS 2023/24

28.11.2021

Aufgabe 1. (20 Punkte)

Ein Dipol $\mathbf{p} = p\hat{x}$ befindet sich an der Stelle $\mathbf{r}' = (0, 0, d)$ über einer Leiteroberfläche ($z = 0$).

- Erstellen Sie eine Skizze, in der Sie den Dipol einzeichnen. Vielleicht hilft es Ihnen, sich den Dipol als zwei Punktladungen $(-q) \rightarrow (+q)$ in kleinem Abstand vorzustellen.
- Wie lautet das Potential am Ort \mathbf{r} für den Dipol an der Dipolposition \mathbf{r}' ?
- Finden Sie eine Spiegelladungskonfiguration, die das Problem löst. Zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass die Leiteroberfläche eine Äquipotentialfläche ist.
- (etwas schwieriger) Mit welcher Potenz r^{-n} fällt das Potential im oberen Halbraum für große Abstände ab? Zur Lösung des Problems ist es hilfreich, das Dipolpotential für einen verschobenen Ursprung in eine Taylorreihe von d zu entwickeln.

Aufgabe 2. (20 Punkte)

Eine Kugel (Radius R) besitzt die Oberflächenladungsdichte $\sigma(R, \theta) = 1 + \cos^2 \theta$.

- Schreiben Sie den allgemeinen Ansatz mit den Koeffizienten A_ℓ und B_ℓ für das Potential im Innen- und Außenraum der Kugel an.
- Wie lauten die Randbedingungen für das Potential an der Kugeloberfläche? Für die Normalkomponente des elektrischen Feldes gilt $E_{\text{out}}^\perp - E_{\text{in}}^\perp = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$.
- Benutzen Sie den allgemeinen Ansatz und die Randbedingungen, um die Koeffizienten A_ℓ und B_ℓ zu bestimmen.

Tipp: Die ersten Legendrepolynome lauten $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$ und $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$.

Aufgabe 3. (20 Punkte)

Eine unendlich langer Hohlzylinder ($a \leq r \leq b$) wird durchflossen von einem Strom mit der Stromdichte $\mathbf{J}(r) = kr\hat{z}$ (k ist eine Konstante).

- Bestimmen Sie die magnetische Flußdichte $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ für alle Werte von r .
- Nehmen Sie an, dass der Hohlzylinder von einem weiteren Hohlzylinder $b \leq r \leq R$ mit der Permeabilität μ umgeben ist. Bestimmen Sie die magnetische Flußdichte $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ für alle Werte von r .