Wahrscheinlichkeit, Statistik und Datenanalyse Prüfungsfragen

2015

Inhaltsverzeichnis

1 Urnen-Experiment

1.1 Mit zurucklegen¨

Aus einer Urne mit zwei Farben (weiß, schwarz) von Kugeln wird N mal mit zurucklegen¨ gezogen. Die Wahrscheinlichkeit bei einem Zug eine weiße Kugel zu ziehen Einzelwahrscheinlichkeit) sei q.

1. **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit fur¨ n weiße Kugeln?**

2. **Wie lautet die Verteilung?**

3. **Was sind die Voraussetzungen fur dieses Ergebnis?¨**

4. **. Wie viele weiße Kugeln erwartet man im Mittel?**

5. **Wie groß ist die Standardabweichung und was bedeutet sie?**

1.2 Ohne zurucklegen¨

Urnenexperiment. Eine Urne enthalte N_1 weiße und N_2 schwarze Kugeln. Es werde N mal ohne zurucklegen gezogen.¨

1. **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafur dass die erste Kugel weiß (schwarz)¨ ist?**

2. **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P(n_1,n_2|N_1,N_2)$, n_1 weiße und n_2 schwarze Kugeln zu ziehen? Kommt es hierbei auf die Reihenfolge an?**

3. **Was sind die Voraussetzungen fur dieses Ergebnis?¨**

4. **4. Wie lautet die Normierung von $P(n_1,n_2|N_1,N_2)$?**

5. **Wie berechnet man aus $P(n_1,n_2|N_1,N_2)$ die mittlere Zahl $< n_1 >$ der weißen Kugeln?**

1.3 Ziehen aus drei Urnen

Gegeben seien drei Urnen mit jeweils weißen und schwarzen Kugeln. Der Anteil der weißen sei q und er sei unterschiedlich in den drei Urnen (q_1,q_2,q_3). Es werde zufallig eine Urne¨ ausgewahlt und daraus mit Zur¨ ucklegen¨ N mal gezogen.

1. **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, n mal weiß zu beobachten, wenn es sich um Urne 1 handelt?**

2. **Wie nennt man diese Verteilung?**

3. **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um Urne 1 handelt, wenn man n mal weiß gezogen hat?**

4. **Es soll aus derselben Urne noch einmal gezogen werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass noch einmal weiß kommt?**

5.

6. **Angenommen wir ziehen aus einer Urne, von der q noch nicht bekannt ist. Wie kann man die Wahrscheinlichkeit fur¨ q ermitteln, wenn man beim Experiment n weiße Kugeln beobachtet hat?**

7. **Wie nennt man die resultierende Verteilung $p(q|n,N,B)$, wenn wir einen flachen Prior $p(q|B)$ annehmen?**

2 Binomialverteilung

2. Wir starten mit einer Binomialverteilung, halten den Mittelwert μ fest und lassen die Einzelwahrscheinlichkeit q gegen Null gehen.

1. Gegen welche Verteilung strebt das Ereignis (Bezeichnung und Formel)?

2. Wie h¨angen Mittelwert und Varianz von μ ab?

3 Zahlexperiment

3. Gegeben sei ein Zahlexperiment, z.B. radioaktiver Zerfall.¨

1. **Welcher Wahrscheinlichkeitsverteilung genugen die Z¨ ¨ahlraten N (Bezeichnung und Formel)?**

2. **Wenn μ die mittlere Z¨ahlrate ist, wie groß ist dann die Varianz?**

3. **Angenommen, das gemessene Signal S setzt sich additiv $S = s_1+s_2$ aus dem eigentlichen Messsignal s_1 und einem Untergrund s_2 zusammen. Beide seien Poisson-verteilt mit Mittelwerten μ_1 und μ_2. Wie ist die Summe S verteilt und welchen Mittelwert $\mu =< S >$ hat sie?**

4 Zerfall

4. Wir haben einem radioaktiven Praparat eine Stichprobe von Zerfallszeiten¨ **t** := $\{t_1, t_2, ..., t_N\}$ gemessen.

1. **Welcher Verteilung $p(t_i|\tau)$ genugen die einzelnen Messwerte¨ t_j (Bezeichnung und Formel)?**

2. **Sind die Zerfallszeiten korreliert?**

3. **Mit welchem Standardverfahren der Statistik kann man den Parameter τ aus der Stichprobe bestimmen (Bezeichnung)?**

4. **Die hierbei auftretende Wahrscheinlichkeit $p(\mathbf{t}|\tau)$ kann mit der Wahrscheinlichkeitsdichte aus Frage 4.1 ausgedruckt werden. Wie und warum?¨**

5. **Wie wurde man den Parameter¨ τ im Rahmen der Bayerischen Wahrscheinlichkeitstheorie bestimmen (Formel)?**

5 Parametersch¨atzen

5. Zwischen einer Messgroße¨ d und einer Steuergroße¨ x bestehe der Zusammenhang $d = f(x|a)$, wobei a ein unbekannter Parameter ist. Es liege eine Stichprobe $\mathbf{d} = (d_1, d_2, ..., d_n)$ von Messwerten vor.

1. **Mit welchem Standardverfahren der Statistik kann man den Paramter a aus der Stichprobe bestimmen (Bezeichnung)?**

2. **Falls die Messungen unkorreliert und Gauss-verteilt sind, mit welchem anderen Standard-Verfahren kann man dann den Parameter bestimmen? Welche Große muss hierbei eliminiert werden (Formel)?¨**

3. **Wie wurde man den Parameter¨ a im Rahmen der Bayerischen Wahrscheinlichkeitstheorie bestimmen (Formel)?**

4. **Was sind die Unterschiede der beiden Verfahren?**

6 Stichprobe

Gegeben sei eine Stichprobe $\mathbf{d} := \{d_1,d_2,....,d_n\}$ unkorellierter normalverteilter Messwerte, die zu den Streugroßen¨ $\mathbf{s} := \{s_1,s_2,....,s_n\}$ gehoren. Eine Theorie besagt, dass zwischen¨ Mess- und Steuergroßen die Beziehung¨ $d_j = f(s_j|a)$ bestehen sollte. Das soll anhand eines Hypothesentests uberpr¨ uft werden.¨

1. **Welcher Test eignet sich hierzu (Bezeichnung)?**

2. **Was sind die Voraussetzungen fur diesen Test?¨**

3. **Was sind die einzelnen Schritte des Tests?**

4. **Wie lautet die Formel in der Test-Statistik?**

5. **Wie muss mit dem unbekannten Parameter umgegangen werden und welchen Einfluss hat er auf die Stichprobenverteilung?**

6. **Kann man beweisen, dass eine Hypothese richtig ist?**

6. **Wie wurde man in Rahmen der Bayerischen Wahrscheinlichkeitstheorie den¨ Test durchfuhren?¨**

-