UE Wahrscheinlichkeitstheorie Statistik und Datenanlyse

Klausur SS 2019 Gruppe A

Aufgabe 1: Hühnereier (4 Punkte)

Ein Bauernladen wird von zwei Bauern mit 10er Kartons Hühnereiern beliefert. 60% der gelieferten 10er Kartons stammen von Bauer I und 40% vom Bauer II. Die Hühner von Bauer I legen zu 40% weiße Eier, wohingegen die Hühner von Bauer II zu 70% weiße Eier legen. Sie kaufen einen 10er Karton Eier im Bauernladen und sind an folgenden Fragen interessiert:

1. A) Angenommen Siewissen, dass Ihr 10er- Karton von Bauern I stammt. Wie wahrscheinlich befinden sich 7 weiße Eier darin (1 Punkt)

   B) Angenommen Siewissen, dass Ihr 10er- Karton von Bauern II stammt. Wie wahrscheinlich befinden sich 7 weiße Eier darin (1 Punkt)

2. Wie wahrscheinlich befinden sich 7 weiße Eier im Karton, wenn Sie nicht wissen von welchem Bauer ihr Karton stammt (1 Punkt)

3. Sie haben einen 10er Karton gekauft und es befinden sich 7 weiße Eier darin. Wie wahrscheinlich stammt der Karton von Bauer I? (1 Punkt)

Aufgabe 2: Exponentialverteilung (4 Punkte)

Gegeben sei die Exponentialverteilung:

$$p(t|\tau, B)\ \alpha\ e^{-t}\ \ (t\ \in R^{+}\ und\ \tau\ \in R^{+}\ )$$

1) Normieren Sie die Verteilung (1 Punkt) und berechnen Sie den Erwartungswert (1 Punkt)

2) Berechnen Sie die charakteristische Funktion dieser Verteilung (1Punkt)

3) Geben sie die charakterliche Funktion der Summe von 2 exponentialverteilten Zufallsvariablen (beide mit dem gleichen Parameter τ) an (1Punkt)

Aufgabe 3 Warteschlange (7 Punkte)

Die Wartezeit t bei einer Wartschlange bestehend aus n Personen ist Erlang verteilt,

$$p(t|n,\tau,B) = \frac{t^{n-1}}{r^n(n-1)!} * \; e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t \in R^+ \,, \tau \in R^+, \quad n \in N^+ \tag{1}$$

Mit dem Parameter τ. Sie sind diese Woche N Mal in einer Warteschlange bestehend aus n Personen gestanden und haben die Zeiten $t = \{t_1, t_2, \ldots\ t_n\}$ gestoppt

1) Geben Sie di Wahrscheinlichkeitsdichte $p(t|n,\tau,B)$ an, unter der Annahme, dass die Zeiten t alle voneinander unabhängig sind (1Punkt)

2) Verwenden Sie das Bayessche Theorem, um die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\tau|t,n,B)$ anzugeben und bennen Sie alle im Bayeschen Theorem auftretenden Terme. (2 Puznkte)

3) Berechnen Sie den maximum likelihood (ML) Schätzwert τ_{ML} für den Parameter τ gegeben t und n (2 Punkte)

4) Berechnen Sie die charakteristische Funktion der Erlang- Verteilung (Gleichung (1)) für den Fall n=2. Ihr Ergebnis sollte gleich sei wie das im Aufgabe 2.3. Was können Sie daraus folgern? (2 Punkte)

UE Wahrscheinlichkeitstheorie Statistik und Datenanlyse

Klausur SS 2019 Gruppe B

Aufgabe 1 Warteschlange (7 Punkte)

Die Wartezeit t bei einer Wartschlange bestehend aus n Personen ist Erlang verteilt,

$$p(t|n,\tau,B) = \frac{\lambda * t^{n-1}}{r^n(n-1)!} * e^{-\lambda t} \qquad t \in R^+, \lambda \in R^+, \quad n \in N^+ \qquad (1)$$

Mit dem Parameter τ. Sie sind diese Woche N Mal in einer Warteschlange bestehend aus n Personen gestanden und haben die Zeiten $t = \{t_1, t_2, \dots\ t_n\}$ gestoppt

1) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(t|n,\lambda,B)$ an, unter der Annahme, dass die Zeiten t alle voneinander unabhängig sind (1Punkt)

2) Verwenden Sie das Bayessche Theorem, um die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\lambda|t,n,B)$ anzugeben und bennen Sie alle im Bayeschen Theorem auftretenden Terme. (2 Puznkte)

3) Berechnen Sie den maximum likelihood (ML) Schätzwert λ_{ML} für den Parameter λ gegeben t und n (2 Punkte)

4) Berechnen Sie die charakteristische Funktion der Erlang- Verteilung (Gleichung (1)) für den Fall n=2. (2 Punkte)

Aufgabe 2: Charakteristische Funktion (4 Punkte)

Gegeben sei die Exponentialverteilung:

$$p(t|\tau, B)\ \alpha\ e^{-t}\ \ (t\ \in R^{+}\ und\ \tau\ \in R^{+}\ )$$

1) Normieren Sie die Verteilung (1 Punkt) und berechnen Sie den Erwartungswert (1 Punkt)

2) Berechnen Sie die charakteristische Funktion dieser Verteilung (1Punkt)

3) Geben sie die charakterliche Funktion der Summe von 2 exponentialverteilten Zufallsvariablen (beide mit dem gleichen Parameter τ) an (1Punkt)

Aufgabe 3: Elektronikbauteile (4 Punkte)

Zwei Elektronikbauteilhersteller liefern ihre Bauteile nur in 100er Packungen. Ein Zwischenhändler kauft 60% seiner 100er Packungen von Hersteller I und 40% von Hersteller II. Von den gelieferten Bauteilen von Hersteller I sind 5 % fehlerhaft. Hersteller II schafft es hingegen, dass nur 2% seiner Bauteile fehlerhaft sind. Sie kaufen eine 100er-Packung Bauteile von Zwischenhändler und sind an folgenden Fragen interessiert.

1. A) Angenommen Sie wissen, dass Ihre 100er- Packung von Hersteller I stammt. Wie wahrscheinlich befinden sich 2 defekte Bauteile darin (1 Punkt)

   B) Angenommen Sie wissen, dass Ihre 100er- Packung von Hersteller II stammt. Wie wahrscheinlich befinden sich 2 defekte Bauteile darin (1 Punkt)

2. Wie wahrscheinlich befinden sich 2 defekte Bauteile in der Packung, wenn Sie nicht wissen von welchen Hersteller die Packung stammt (1.Punkt)

3. Sie haben eine 100er- Packung gekauft und es befinden sich 2 defekte Bauteile darin. Wie wahrscheinlich stammt die Packung von Hersteller I (1Punkt)