

(Schreiben Sie jedes Beispiel auf ein eigenes mit Matrikelnummer, Gruppe, Beispielnummer und Name beschriftetes Blatt)

1) Lieferpanne

Eine Firma transportiert Pakete von Graz nach Turin (Wegstrecke ca. 800 km). Da eine verzögerte Lieferung mit einer Strafzahlung verbunden ist, ist vor jedem Transport eine Inspektion des LKWs vorgesehen. Diese Inspektion wird jedoch in 40% der Fälle nicht durchgeführt. Ohne Inspektion erleidet der LKW pro 100 gefahrenen km mit 0.4% Wahrscheinlichkeit eine Panne, die zu einer Verzögerung führt. Mit Inspektion beträgt die Pannenwahrscheinlichkeit pro 100 km nur 0.1%

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass der LKW pro 100 km nur 1 Panne haben kann.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für mindestens eine Panne auf der 800 km langen Strecke, wenn
 - eine Inspektion durchgeführt wurde? (1 Punkt)
 - keine Inspektion durchgeführt wurde? (1 Punkt)
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde bei einem auf der Strecke liegen gebliebenen Fahrzeug die Wartung nicht durchgeführt? (2 Punkte)
- Angenommen die Strafzahlung für eine Lieferverzögerung (durch eine Panne) beträgt 120€ (dabei ist es egal, wie viele Pannen es auf dem Weg gab). Wie viel Strafzahlung mehr muss man im Schnitt pro Fahrt erwarten, wenn man gar keine Inspektionen mehr durchführt? (1 Punkt)

2) Zufallsgenerator - gekürzt

Ein portabler Audioplayer habe ein kaputtes Display und der Benutzer weiß nicht, ob der Zufallsgenerator eingeschaltet ist oder nicht. Die Zufallswiedergabe soll ideal funktionieren, die Wahrscheinlichkeit als nächstes gespielt zu werden sei also für alle Titel gleich groß. Außerdem arbeitet der Musikplayer im Dauerschleifenbetrieb, das heißt er fängt im normalen (nicht zufälligen) Betrieb wieder beim ersten Titel an, wenn er den letzten gespielt hat. In beiden Aufgabenteilen weiß der Benutzer, dass kein Song mehr als einmal auf dem Player vorhanden ist.

Der Benutzer weiß, dass N Lieder gespeichert sind. Er hört n Titel, keinen davon hört er öfter als einmal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P(\mathcal{Z}|\mathcal{D}, n, N, \mathcal{B})$, dass die Zufallswiedergabe aktiviert ist? (3 Punkte für Prior und Likelihood, 2 Punkte für die richtige Normierung)

Folgende Propositionen wurden verwendet:

- \mathcal{Z} : der Zufallsgenerator ist aktiviert;
- \mathcal{D} : es wird kein Lied doppelt gehört.

Hinweis: Zur Bestimmung der Likelihood hilft eine analoge Überlegung wie beim Geburtstagsparadoxon.

3) Unentdeckte Druckfehler

- a) Vor der Veröffentlichung eines Buches wird dieses von Lektor A auf Druck- bzw. Rechtschreibfehler geprüft. Er findet $n_A = 200$ Fehler auf insgesamt 1000 Seiten. Verwenden Sie das Bayessche Theorem um $p(N | n_A, \mathcal{B})$ durch Likelihood und Prior mit entsprechender Normierung anzugeben und benennen Sie diese drei Teile korrekt. N ist die Anzahl der Druckfehler im Buch. (2 Punkte)
- b) Aus Erfahrung weiß Lektor A, dass sich im Mittel $\mu = 250$ Fehler pro 1000 Seiten befinden. Verwenden Sie das MaxEnt-Prinzip um den Prior $p(N | \mathcal{B})$ unter Berücksichtigung dieser Nebenbedingung zu berechnen. (3 Punkte)

Hinweis:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} q^{\nu} = \frac{1}{1-q} \quad \text{für } |q| < 1$$

Hinweis: Bei linearen Nebenbedingungen gilt (wenn die Lagrange-Parameter in der Lagrangefunktion mit positivem Vorzeichen definiert wurden):

$$\mu = \frac{\partial}{\partial \lambda_1} \ln Z$$

Diese Beziehung folgt aus der Nebenbedingung für μ und kann im Zweifelsfalle hergeleitet werden.