

QM VO - Evertz - Oktober 2021

Hinweise

Keine Hilfsmittel. Kurze Antworten ohne Rechnungen reichen aus, wenn nicht anders angegeben. Punkte werden in Schritten von 0.5 vergeben. Bei den unter Basiswissen aufgeführten Fragen müssen Sie zum Bestehen der Prüfung zumindest 65% der Punkte erreichen.

Basiswissen (Sie benötigen diesmal 9 von 14 Punkten)

1. (2P) Geben Sie die Spektraldarstellung des Zeitentwicklungsoperators $\hat{U}(t, t_0)$ für den Fall eines zeitunabhängigen Hamiltonoperators an. Benennen Sie die auftretenden Größen.
2. (2P) Die Zustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$ seien Eigenzustände von \hat{H} (zeitunabhängig), mit den Eigenwerten E_1 bzw. E_2 . Es sei

$$|\psi(t_0)\rangle = c_1 |1\rangle + |2\rangle.$$

Geben Sie $|\psi(t)\rangle$ an, in einer Form Ihrer Wahl, in der keine Operatoren und keine Skalarprodukte mehr vorkommen.

3. (2P) Schreiben Sie den Erwartungswert des Operators mit Hilfe von $\psi(\vec{x}, t)$.
4. (2P) Wie lautet in 3 Dimensionen der Hamiltonoperator für ein Teilchen in einem äußeren Potential? Was wird aus dem kinetischen Anteil bei Anwendungen im Ortsraum?
5. (2P) Wirkung von \hat{Q} und \hat{P} im Ortsraum (eindimensional):
Geben Sie $\hat{Q}\psi(x)$ und $\hat{P}\psi(x)$ (das ist die in Büchern übliche Schreibweise) als Funktionen von x an, mit eventuellen Vorfaktoren.
6. (2P) Welche Stetigkeitsbedingungen gelten für die Wellenfunktion und ihre Ableitungen? (ohne Gleichungen)
7. (2P) Welche Messwerte kann man bei Messung von \hat{S}_y erhalten? Mit welchen Wahrscheinlichkeiten erhält man sie bei Messung eines Zustandes $|\psi\rangle$?

Allgemeine Fragen:

8. (2P) Geben Sie die Gleichungen zur Bestimmung der Matrixelemente O_{ij} eines Operators \hat{O} an. Benennen Sie die auftretenden Größen.
9. (2P) Skizzieren Sie schematisch einen Versuch mit zwei Stern-Gerlach Apparaten: einlaufender Strahl unpolarisiert, 1. Apparat SG_z , am oberen Ausgang ein zweiter Apparat SG_z . Benennen Sie die an den Ausgängen auftretenden Zustände und geben Sie die zugehörigen Intensitäten relativ zur Anfangsintensität I_0 an.
10. (1P) Welche Abhängigkeit haben die Eigenenergien für ein Teilchen in einem unendlich tiefen Kasten von der Quantenzahl n ?
11. (1P) Was besagt der Knotensatz? Wann gilt er?
12. (1P) Wenn das Potential spiegelsymmetrisch ist, $V(x) = V(-x)$, was folgt dann für die Eigenfunktionen des Hamiltonoperators (Gleichung für $\psi(x)$)? Welcher Operator vertauscht dann mit dem Hamiltonoperator (Name)?
13. (2P) Harmonischer Oszillator: Wie wirkt der Erzeugungsoperator auf einen Zustand $|n\rangle$? (Gleichung, mit Vorfaktoren) Wie setzt sich der Erzeugungsoperator \hat{Q} und \hat{P} zusammen? (Vorfaktoren dabei egal).

14. (2P) Skizzieren Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\psi(x)|^2$ bei einem Eigenzustand des harmonischen Oszillators mit $n \gg 1$. Wie hängt diese Kurve mit einem klassischen Pendel zusammen (qualitativ)?
15. (2P) Wie ist ein kohärenter Zustand definiert? Welche Form hat die Wellenfunktion? Wie entwickelt sich die Wellenfunktion mit der Zeit?
16. (2P) Wie geht man beim Variationsansatz vor? Was kann man damit näherungsweise bestimmen? Warum ist der Variationsansatz nützlich, auch wenn man die tatsächliche funktionelle Form der Wellenfunktion nicht kennt?
17. (3P) Geben Sie die Energiekorrekturen zweiter Ordnung in der zeitunabhängigen Störungstheorie an, und benennen Sie alle auftretenden Größen und Indizes. Wann sind diese Korrekturen für die Störungstheorie in der Regel nicht brauchbar?
18. (3P) Geben Sie Fermis goldene Regel an (Vorfaktoren egal) und benennen Sie die auftretenden Symbole. Für welche Art von Störung wurde Fermis goldene Regel hergeleitet?
19. (3P) Geben Sie den Rotationsoperator an (allgemein, mit allen nötigen "Verzierungen") und benennen Sie alle auftretenden Größen. Woraus ist hier der erzeugende Operator zusammengesetzt (Gleichung)? In welchen Hilberträumen wirken die Anteile?
20. (2P) Wie lauten die Eigenenergien des Wasserstoffatoms? (Gleichung; Sie können den Vorfaktor als ein einzelnes Symbol schreiben). Wie groß ist die Grundzustandsenergie, in Elektronenvolt? Wie vielfach sind die Eigenzustände entartet?
21. (3P) Geben Sie die Rabiformel an und erläutern Sie alle auftretenden Größen. Wann tritt Resonanz auf?
22. (2P) Geben Sie die Spektraldarstellung des Dichteoperators an. Welche Bedingungen gibt es für die Eigenwerte? Wie lautet der Erwartungswert eines Operators \hat{A} in einem gemischten Zustand?
23. (1P) Wenn man nur eine Dichtematrix kennt, wie kann man entscheiden, ob sie zu einem reinem Zustand gehört?
24. (2P) Schreiben Sie für ein Stern-Gerlach Experiment den Zustand vor Auftreffen auf den Schirm formal als verschränkten Zustand mit den Größen Spin und Ort.
25. (3P) Ein zu messendes Teilchen sei in einem Zustand $\sum_n c_n |n\rangle$. Es tritt mit einem Messapparat in Wechselwirkung, dessen mögliche Messergebnisse jeweils einem der Zustände $|n\rangle$ entsprechen. Schreiben Sie den Gesamtzustand aus Teilchen und Messapparat vor und nach der Wechselwirkung. Geben Sie die reduzierte Dichtematrix für die Zustände des Messapparats nach der Wechselwirkung an.
26. (1P) Was versteht man unter dem "Kollaps der Wellenfunktion"?