

1. (2P) Geben Sie die Spektraldarstellung des Zeitentwicklungsoperators $\hat{U}(t, t_0)$ für den Fall eines zeitunabhängigen Hamiltonoperators an. Benennen Sie die auftretenden Größen.
2. (2P) Die Zustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$ seien Eigenzustände von \hat{H} (zeitunabhängig), mit den Eigenwerten E_1 und E_2 . Es sei

$$|\psi(t_0)\rangle = c_1 |1\rangle + c_2 |2\rangle$$
 Geben Sie $|\psi(t)\rangle$ an, in einer Form Ihrer Wahl, in der keine Operatoren und keine Skalarprodukte mehr vorkommen.
3. (2P) Schreiben Sie den Erwartungswert des Ortsoperators mit Hilfe von $\psi(\vec{x}, t)$.
4. (2P) Geben Sie die zeitabhängige SG für die Wellenfunktion für ein Teilchen in einem Potential $V(\vec{x}, t)$ an (Dreidimensional).
5. (2P) Wirkung von \hat{Q} und \hat{P} im Ortsraum (eindimensional):
Geben Sie $\hat{Q}\psi(x)$ und $\hat{P}\psi(x)$ als Funktionen von x an, mit eventuellen Vorfaktoren.
6. (3P) Postulate: Ein quantenmechanischer Messapparat habe die möglichen Messwerte a_n , ($n=1, 2, 3, \dots$), alle a_n voneinander verschieden. Welcher Operator im Raum der zu messenden Zustände beschreibt einen solchen Messapparat formal? Mit welcher WSK tritt bei Messung an einem Zustand $|\psi\rangle$ der Messwert a_n auf? Schreiben Sie den Eins-Operator mit Hilfe der Eigenvektoren des Messoperators.

Allgemeine Fragen:

7. (3P) Geben Sie die Spektraldarstellung, die Eigenwerte, und die Eigenvektoren des Operators \hat{S}_x an. Wie kommt man von \hat{S}_x zu den Zahlen in einer Matrixdarstellung? Wie erhält man $\frac{\hbar}{2}\sigma_x$? Wie erhält man für denselben Operator $\frac{\hbar}{2}\sigma_z$ als Darstellung?
8. (2P) Geben Sie den Zeitentwicklungsoperator für zeitabhängige aber miteinander vertauschende Hamiltonoperatoren an. Welches Symbol („Operator“) kommt formal hinzu (wo?), wenn die auftretenden Hamiltonoperatoren nicht vertauschen? Wie heißt dieser Operator? Was macht er?
9. (2P) Ein ruhendes Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$ befinde sich in einem Magnetfeld $\vec{B} = B \vec{e}_x$. Wie lautet der Hamiltonoperator? Was sind die Eigenwerte?
10. (2P) Wie hängen die Zustände und die Operatoren im Heisenberg-Bild und im Schrödinger-Bild zusammen? Wieso sind physikalisch messbare Größen in beiden Bildern gleich?

11. (4P) Für ein Teilchen in einem endlich tiefen Kasten: Skizzieren Sie das Potential, die Eigenenergien und die Eigenfunktionen des Hamiltonoperators für die beiden niedrigsten Eigenenergien. Welche Größen müssen stetig sein? Welche funktionelle Form hat die x-Abhängigkeit der Wellenfunktion des Grundzustands in den drei Bereichen (Normierungsfaktor weglassen)? Wie hängt der Parameter k in der Wellenfunktion mit der Eigenenergie zusammen (mit Vorfaktoren)?
12. (2P) Skizzieren Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\psi(x)|^2$ bei der Streuung einer ebenen Welle an einer Potentialbarriere, die etwas höher ist als die Energie der einlaufenden Teilchen. Beschreiben Sie ganz knapp das Verhalten in den drei Regionen.
13. (2P) Wie lautet der Hamiltonoperator des eindimensionalen harmonischen Oszillators, wenn man ihn mit Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren schreibt? Wie lauten die Eigenenergien? Welche x-Abhängigkeit hat $V(x)$ beim harmonischen Oszillator?
14. (2P) Geben Sie die Energiekorrekturen erster Ordnung in der zeitunabhängigen Störungstheorie an (nicht entarteter Fall), und erläutern Sie alle auftretenden Größen und Indizes.
15. (2P) Welche Matrix muss im Falle von Entartung bei der Zeitunabhängigen Störungstheorie diagonalisiert werden?
16. Wie lautet die Verallgemeinerung von Fermis goldener Regel für den Fall einer harmonischen Störung mit der Frequenz $\Omega > 0$? (ersatzweise Fermis goldene Regel selber.) Benennen Sie die auftretenden Symbole.
17. (2P) Geben Sie den Translationoperator an (nicht seine Wirkung), in drei räumlichen Dimensionen, und benennen Sie die auftretenden Größen.
18. (2P) Geben Sie die beiden Eigenwertgleichungen an, die zum Gesamtdrehimpulsoperator gehören. (Achten Sie darauf, dass Sie die auftretenden Operatoren mit allen nötigen „Verzierungen“ schreiben) Geben Sie auch die möglichen Wertebereiche der Quantenzahlen an.
19. (2P) Wie heißen die Eigenfunktionen, die zum Bahndrehimpulsoperator gehören? (Symbol und Name) Welche Winkelabhängigkeit haben die Funktionen zu $(l=0, m=0)$ und zu $(l=1, m=0)$ (Gleichung oder Skizze)
20. (1P) Zentralpotential: welcher Term kommt (analog zur klassischen Mechanik) beim effektiven Potential $V_{eff}(r)$ zum eigentlichen Potential $V(r)$ hinzu?

21. (2P) Wieso gibt es Serien von Spektrallinien (Lyman, Balmer, ...)?
22. (2P) Für welche Messung kann die beim Rabi-Experiment auftretende Resonanz anwenden? (ein Beispiel, kurz) Warum sollte das rotierende Magnetfeld recht schwach sein?
23. (3P) Welche Bedingung muss man an einem Operator \hat{A} stellen, damit man seinem Erwartungswert mit Hilfe der „reduzierten Dichtematrix“ berechnen kann? Wie ist die reduzierte Dichtematrix definiert? Wie lautet dann der Erwartungswert des Operators \hat{A} ?
24. (2P) Schreiben Sie für zwei Teilchen, die jeweils im Zustand $|0\rangle$ oder $|1\rangle$ sein können, einen verschränkten Zustand. Geben Sie die reduzierte Dichtematrix für eines dieser Teilchen an (d.h. das andere Teilchen wird als „Umgebung“ betrachtet). (Rechnung muss nicht angegeben werden). Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten, für dieses Teilchen den Zustand $|0\rangle$ bzw. $|1\rangle$ zu finden?
25. (2P) Worüber macht die Bellsche Ungleichung eine Aussage? (qualitativ)
26. (3P) Beschreiben Sie Ziel und Ablauf einer „Quantenteleportation“ (Lösung auf Zusatzblatt, Skizze und Text, ohne Angabe der diversen verschränkten Zustände).