

Name:

Matrikelnr:

Vorlesungsprüfung Theoretische Mechanik. 2. Feb. 2020

Geben Sie deutlich bei jeder Antwort die Bezeichnung des zugehörigen Unterpunkts an (z.B.: "(3b):...").

Alle Antworten zum selben Thema (Zahl (z.B.:3)) müssen zusammen stehen und von anderen Themen durch einen horizontalen Strich getrennt werden.

Widersprüchliche oder unverständliche Antworten werden als falsch bewertet.

Wenn Sie Größen einführen, die nicht in den Angaben sind, müssen Sie diese als Funktion der angegebenen Größen definieren.

In der Regel reicht für jede Antwort eine Formel oder ein kurzer Satz.

Wenn nicht anders angegeben, zählt jeder Unterpunkt einen Punkt.

Handy ausschalten und in Handtasche/Rucksack stecken

1. Zweiteilchensystem

Auf Zwei Teilchen mit Koordinaten \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 und Massen m_1 , m_2 wirken nur interne Kräfte. $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ sei die Kraft, die das Teilchen 2 auf das Teilchen 1 ausübt.

- Schreiben Sie den Ausdruck für die Koordinate des Schwerpunkts \mathbf{R} und für die relative Koordinate \mathbf{r} .
- Schreiben Sie die Bewegungsgleichungen für \mathbf{R} und \mathbf{r} .
- Schreiben Sie den Ausdruck für den Gesamtimpuls als Funktion der Koordinaten \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 oder deren Zeitableitungen.
- Schreiben Sie den Ausdruck für die gesamte kinetische Energie als Funktion der Koordinaten \mathbf{R} und \mathbf{r} oder deren Zeitableitungen.
- Schreiben Sie den Ausdruck für den Gesamtdrehimpuls als Funktion der Koordinaten \mathbf{R} und \mathbf{r} oder deren Zeitableitungen.

2. Lagrange und Hamilton

Die Lagrangefunktion eines Systems mit verallgemeinerten Koordinaten θ und φ laute:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \right)$$

- Welche zyklischen Koordinaten gibt es?
- Welche Erhaltungsgröße(n) gibt es? (Formel!)
- Schreiben Sie den Ausdruck für $\dot{\theta}$ für gegebene Werte dieser Erhaltungsgrößen.
- Unter welchen Bedingungen ist die Bewegung von φ auf einen endlichen Bereich beschränkt ("gebundene Bahn")? Bestimmen Sie die Umkehrpunkte.
- Schreiben Sie die verallgemeinerten Impulse und die Hamiltonfunktion.

Bitte wenden!

3. Harmonischer Oszillator

Gegeben sei ein gedämpfter harmonischer Oszillator mit Bewegungsgleichungen

$$m\ddot{x} + 2m\gamma\dot{x} + kx = 0.$$

- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung im ungedämpften Fall $\gamma = 0$.
- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung für $\gamma > 0$ aber ohne Grenzfall $\gamma^2 = \frac{k}{m}$.
- Für welchen Fall gibt es Schwingungen? Schreiben Sie für diesen Fall die allgemeine Lösung mit sin und cos-Funktionen.
- Bestimmen Sie die zwei unabhängigen Lösungen für den Grenzfall $\gamma^2 = \frac{k}{m}$.

4. Starrer Körper

- Die kinetische Energie eines starren Körpers in Bewegung besteht aus zwei Teilen: welche (d.h. Bezeichnung)? Unter welchen Bedingungen verschwindet der dritte Teil?
- Drücken Sie die Rotationsenergie eines starren Körpers T_{rot} in Abhängigkeit von den Komponenten des Vektors der Winkelgeschwindigkeit (ω_i) und des Trägheitstensors (I_{ij}) aus.
- Schreiben Sie die Formel für den Trägheitstensor I_{ij} bei kontinuierlicher Massenverteilung
- Der Trägheitstensor sei diagonal mit unterschiedlichen Trägheitsmomenten ($\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$): in welchem Fall stehen \mathbf{L} und $\boldsymbol{\omega}$ parallel zueinander?

5. Vierervektoren und Skalaren

Kreuzen Sie die korrekte Eigenschaft folgender Objekte an.

(Achtung: Korrekte Antwort 1 P., falsche Antwort angekreuzt -0.5 P.)

	$p_\mu p^\mu$	$\frac{dp_\mu}{d\tau}$	$\frac{dx_\mu}{dt}$	(c, \mathbf{v})	$\gamma(c, \mathbf{v})$	$x_0^2 - \mathbf{x}^2$
Lorentz-Skalar	X					X
Vierervektor		X			X	
Keiner der beiden			X	X		