

# Vorlesungsprüfung Theoretische Mechanik. 10. Okt. 2022

Geben Sie deutlich bei jeder Antwort die Bezeichnung des zugehörigen Unterpunkte an (z.B.: "(3b):...").

Alle Antworten zum selben Thema (Zahl (z.B.:3)) müssen zusammen stehen und von anderen Themen durch einen horizontalen Strich getrennt werden.

Widersprüchliche oder unverständliche Antworten werden als falsch bewertet.

Wenn Sie eine Variable (Größe) verwenden, die nicht in den Angaben ist und noch nicht definiert wurde, müssen Sie diese als Funktion der angegebenen Variablen (und ggf. Zeitableitungen) definieren (ausg.,  $t$ ,  $c$ ,  $g$ ).

In der Regel reicht für jede Antwort eine Formel oder ein kurzer Satz. Wenn nicht anders angegeben, zählt jeder Unterpunkt einen Punkt.

**Handy ausschalten und in Handtasche/Rucksack stecken**

## 1. Zweiteilchensystem (6P)

Auf zwei Teilchen mit Koordinaten  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  und Massen  $m_1$ ,  $m_2$  wirken nur interne Kräfte.  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$  sei die Kraft, welche das Teilchen 2 auf das Teilchen 1 ausübt.

- (a) Schreiben Sie den Ausdruck für die Koordinate des Schwerpunkts  $\mathbf{R}$  und für die relative Koordinate  $\mathbf{r}$ .
- (b) Schreiben Sie die Bewegungsgleichungen für  $\mathbf{r}_1$  und  $\mathbf{r}_2$ .
- (c) Schreiben Sie die Bewegungsgleichungen für  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{r}$ .
- (d) Schreiben Sie den Ausdruck für den Gesamtimpuls als Funktion der Koordinaten  $\mathbf{r}_1$  und  $\mathbf{r}_2$  oder deren Zeitableitungen.
- (e) Schreiben Sie den Ausdruck für die gesamte kinetische Energie als Funktion der Koordinaten  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{r}$  oder deren Zeitableitungen.
- (f) Schreiben Sie den Ausdruck für den Gesamtdrehimpuls als Funktion der Koordinaten  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{r}$  oder deren Zeitableitungen.

## 2. Lorentz-Transformationen und Zeitdilatation (6P)

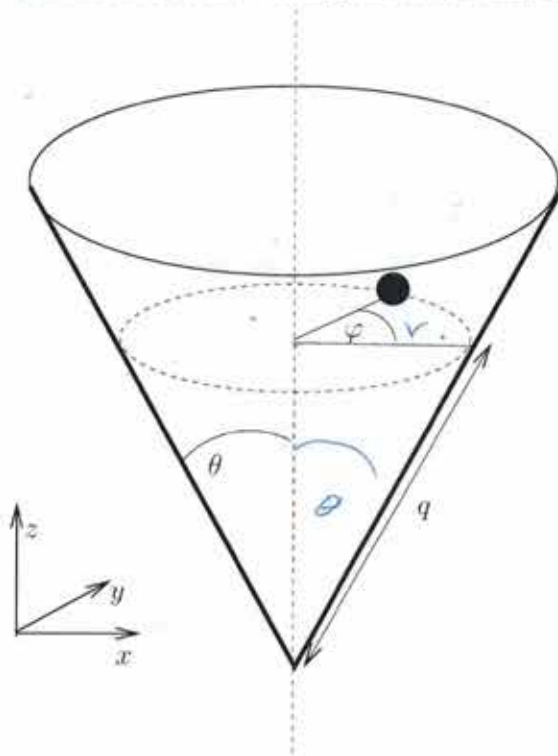
- (a) Schreiben Sie die Lorentz-Transformationen für eine Bewegung längs der  $x$ -Achse mit Geschwindigkeit  $v$ . Sie können  $c = 1$  setzen. Am besten verwenden Sie die  $x_\mu$ -Koordinaten. \*
- (b) Zeigen Sie, wie aus den Lorentz-Transformationen die Zeitdilatation folgt.
- (c) Überprüfen Sie, dass  $x^\mu x_\mu = x'^\mu x'_\mu$ .

\*Ich kann Ihnen als Ersatz die Antwort geben. Sie verlieren dann aber die Punkte aus (a)

### 3. Lagrange (6P)

Betrachten Sie die Bewegung eines Teilchens mit Masse  $m$  auf der Oberfläche eines Kegels mit Radius  $R$  (siehe Abb.) Das Gravitationsfeld wirke in die (negative)  $z$  Richtung.

- (a) Schreiben Sie die Zwangsbedingungen für die kartesischen Koordinaten  $(x, y, z)$ .
- (b) Wählen Sie die zwei verallgemeinerten Koordinaten (VK) wie im Bild ( $\varphi$  = Winkel,  $q$  Entfernung von der Spitze). Schreiben Sie  $(x, y, z)$  als Funktion der VK. ( $\theta$  ist der Öffnungswinkel des Zylinders, keine VK!)
- (c) Schreiben Sie die Geschwindigkeitskomponenten  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  als Funktion dieser VK.
- (d) Schreiben Sie die Lagrange-Funktion. Welche VK sind zyklisch?
- (e) Schreiben Sie die Lagrange'schen Bewegungsgleichungen für die nicht-zyklische Koordinate
- (f) Schreiben Sie die verallgemeinerte Impulse



$$r = \tan(\theta) \cdot h$$

$$\tan(\theta) = \frac{r}{h}$$