

# Theoretische Mechanik 2018 - Arrigoni

## PrüfungA

### 1. Elastischer Stoß

Ein Teilchen Masse  $m_1$  stößt elastisch mit Geschwindigkeit  $v$  gegen ein zweites Teilchen mit Masse  $m_2$  das in Ruhe ist. Der Stoß ist zentral, so dass die Bewegung auf einer Gerade beschränkt ist.

LS: Laborsystem, SS: Schwerpunktsystem

- Bestimmen Sie den Gesamtdrehimpuls im LS und im SS vor und nach dem Stoß.
- Bestimmen Sie die gesamte kinetische Energie im LS und im SS vor und nach dem Stoß.
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten der Teilchen im SS vor und nach dem Stoß.
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten der Teilchen im LS nach dem Stoß.

### 2. Symmetrien

Unter welchen Transformationsn muss die Lagrange-Funktion invariant sein, damit folgende Größen erhalten sind:

- Drehimpuls
- Impuls
- Energie

### 3. Saitenschwingung

Es sei zwischen  $x = L_1$  und  $x = L_2$  eingespannte Saite mit Vorspannkraft  $F$  und Massendichte  $\rho$  gegeben. Geben Sie in Abhängigkeit von diesen Größen

- die Lagrange-Dichte und die Lagrange-Funktion
- die Schallgeschwindigkeit  $c$
- die partielle Differentialgleichung für die Auslenkung  $u(r,t)$  der eingespannten Saite (Wellengleichung) ohne externe Kräfte
- die Randbedingungen für  $u(x,t)$
- alle partikulären Lösungen  $u_0(x,t)$
- die allgemeine Lösung  $u(x,t)$

an.

### 4. Schwerer Kegel

Die Lagrange-Funktion des schweren Kreisels lautet (die Eulerwinkel wurden umbenannt)

$$L = \frac{1}{2}\Theta_1(\dot{\beta}^2 \sin^2(\alpha) + \dot{\alpha}^2) + \frac{1}{2}\Theta_2(\dot{\beta} \cos(\alpha) + \gamma)^2 - MgS \cos(\alpha)$$

- Welche zyklischen Koordinaten gibt es?
- Welche Erhaltungsgröße(n) gibt es? (Formel)

- Gehen Sie nun von gegebenen Anfangswerten dieser Erhaltungsgrößen aus:  
schreiben sie den Ausdruck für  $\dot{\beta}$  und  $\dot{\alpha}$   
schreiben Sie die Bestimmungsgleichung für die Umkehrpunkte von  $\alpha$

### 5. Relativistischer Impuls

Drücken Sie

- die Vierergeschwindigkeit  $u_\mu$
- die relativistische kinetische Energie T
- den Viererimpuls  $p_\mu$
- $p_\mu p^\mu$

eines relativistischen Teilchens in Abhängigkeit von seiner Geschwindigkeit  $v$  und Masse  $m$  aus.

### 6. Lorentz-Transformation

Betrachten Sie zwei Inertialsysteme S und S', wobei S' sich mit Geschwindigkeit  $ve_Z$  gegenüber S bewegt. Sei  $u_\mu = u_0, u_1, u_2, u_3$  die Vierergeschwindigkeit eines Teilchen in S'. Schreiben Sie die vier Komponenten von  $u'_\mu$  in S' in Abhängigkeit von den Komponenten von  $u_\mu$  in S.

## PrüfungB

1. Auf ein Teilchen der Masse  $m$  wirkt eine Kraft. Was muss erfüllt sein, damit: (für jede Bedingung die Voraussetzungen aufschreiben)
  - es ein Potential gibt.
  - die Energie erhalten ist.
  - der Drehimpuls erhalten ist.
  - der Flächensatz gilt.
2. Ein Teilchen der Masse  $m$  bewegt sich im Schwerfeld auf der Oberfläche einer Kugel:
  - Zwangsbedingung
  - Verallgemeinerte Koordinaten
  - Stelle  $\dot{x}_1$ ,  $\dot{x}_2$  und  $\dot{x}_3$  in verallgemeinerten Koordinaten dar.
  - Lagrange-Funktion
  - Welche Koordinate ist zyklisch?
  - Was ist erhalten? (Formel oder Beschreibung)
3. **Starrer Körper**
  - Die kinetische Energie eines starren Körpers setzt sich aus 3 Komponenten zusammen. Benenne diese. Welche Komponenten kann man unter bestimmten Voraussetzungen weglassen?
  - Schreibe  $T_{rot}$  komponentenweise aus  $I_G$  und  $\omega_i$ .
  - Schreibe  $L_i$  komponentenweise.
  - Wie berechnet sich der Trägheitstensor einer Masse mit kontinuierlicher Masseverteilung  $\rho$ ?
  - Es gibt einen diagonalen Flächentensor mit unterschiedlichen Werten  $\Theta_i$ . Was muss gelten damit  $\vec{L}$  parallel zu  $\vec{\omega}$  ist.
4. **Relativistik**

Ein Teilchen fliegt im LS mit realistischer Geschwindigkeit durch ein Rohr der Länge  $L$ .

  - Wie lange braucht es dafür im Laborsystem? Wie lange aus der Sicht des Teilchens?
  - Wie lang ist das Rohr im LS? Wie lange aus der Sicht des Teilchens?
5. Im System  $\Sigma$  is ein Viererimpuls  $p_\mu = p_0, p_1, p_2, p_3$  gegeben. System  $\Sigma'$  bewegt sich mit  $\vec{v} = v\vec{e}_z$  relativ zu  $\Sigma$ . Wie lauten die Komponenten von  $p_\mu'$ ?