

2. Teilstest zur Analytischen Mechanik

31. Januar 2012

1. Ein dünner gleichmäßiger Balken der Masse m und Länge $3\ell/2$ sei an einer Stange der Länge ℓ und vernachlässigbarer Masse befestigt. Diskutiere Schwingungen mit kleinen Auslenkungen in der Ebene.

- (a) Stelle die Lagrangefunktion und die Euler-Lagrangegleichungen für die Winkel θ und φ auf.
 (b) Vereinfache die Lagrangegleichungen durch die entsprechenden Kleinwinkelnäherungen der auftretenden Winkelfunktionen und vernachlässige Produkte der kleinen Größen $\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}$. Du solltest dabei folgendes DGL-System erhalten:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \ell \ddot{\theta} + \ell \ddot{\varphi} + g\varphi &= 0 \\ \ell \ddot{\theta} + \ell \ddot{\varphi} + g\theta &= 0 \end{aligned}$$

- (c) Löse die verbleibenden vereinfachten Differenzialgleichungen: Mit dem Ansatz

$$\theta = A \exp(i\omega t), \quad \varphi = B \exp(i\omega t)$$

erhältst du ein algebraisches gekoppeltes lineares Gleichungssystem. Bestimme die Eigenfrequenzen ω_1 und ω_2 aus der Säkulargleichung, die aus der Determinante der Koeffizientenmatrix folgt.

Erot 2 Pendel

$$E_{\text{kin}} = T = E_{\text{transl.}} + E_{\text{rot}}$$

$$\frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

$$I \cdot \omega^2$$

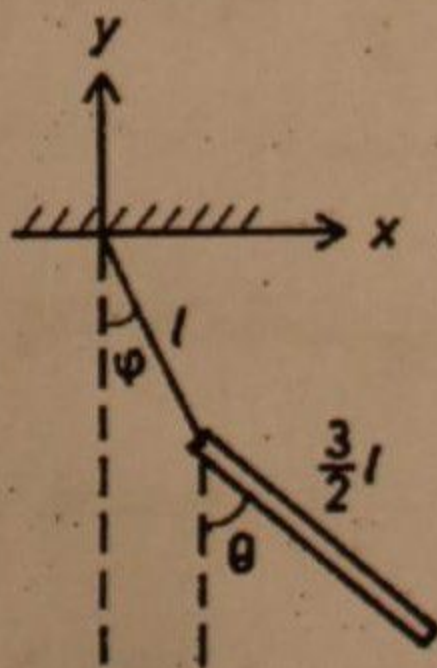


Fig. 2.50.