Name:

Matrikelnr: **Gruppe:**

Theoretische Mechanik WS 2019/20, 1. Teilklausur.

Beginnen Sie jedes Beispiel auf einem neuen Zettel (sonst Punkteabzug!), und schreiben Sie dabei Ihren Namen
Auf dem Tisch dürfen nur Schreibpapier, Stift, der Studierendenausweis, sowie das rot umrahmten Formelblatt stehen. Evtl. Handgeschriebene Zettel auf dem Nachbartisch (außer die Formelsammlung) müssen zugedeckt werden.
Handys bitte ausgeschalten und in Ihrer Tasche lassen.

Jede Teilaufgabe zählt 1 Punkt, ausser, es ist anders angegeben.

T1.1 Kräfte (5P)

(a,3P) Bestimmen Sie, ob die gegebenen Kraftfelder

$\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}) = r^2\ \boldsymbol{e}_r$

$\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r}) = x\ \boldsymbol{e}_y - y\ \boldsymbol{e}_x$

$\boldsymbol{F}_3(\boldsymbol{r}) = x\ \boldsymbol{e}_y + y\ \boldsymbol{e}_x$

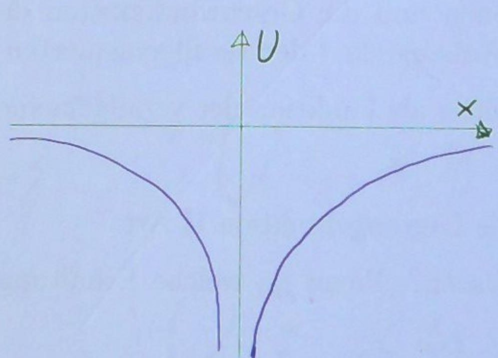
jeweils konservativ sind.

(b,2P) Finden Sie gegebenenfalls das zugehörige Potential.

T1.2 Potentialbewegung (5P)

Betrachten Sie die **eindimensionale** Bewegung eines Teilchens der Masse m im Potential

$$U(x) = -\frac{\alpha}{x^2}$$



(a) Beschreiben Sie graphisch auf der Abbildung die Energie einer gebundenen Bahn (also einer Bahn, bei der das Teilchen nicht ins Unendliche entweicht, im Skriptum auch geschlossene Bahn genannt).

Beschriften Sie explizit die Energie E und die Umkehrpunkte x_1,x_2.

(b) Bestimmen Sie explizit die Umkehrpunkte als Funktion der Energie E.

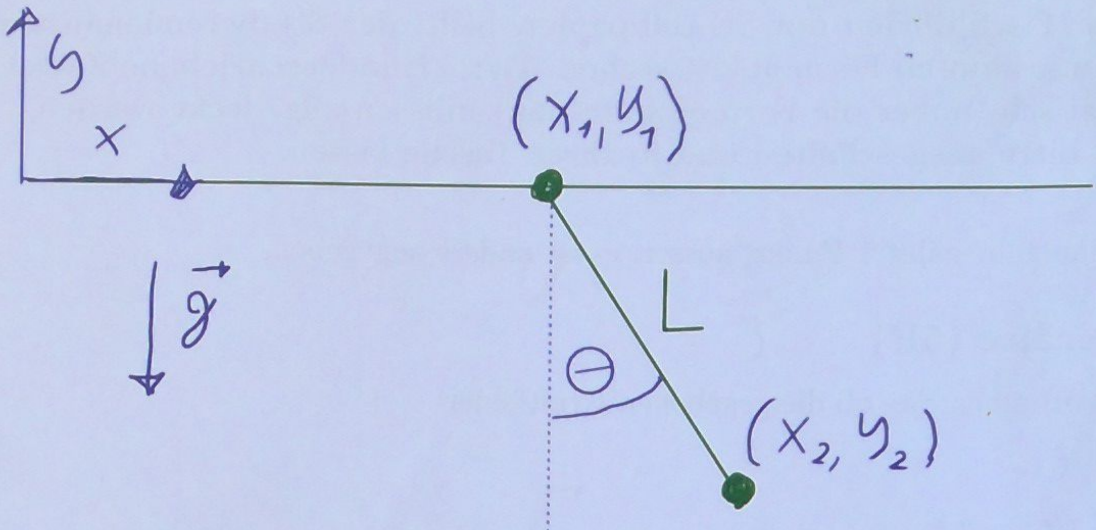
(c) In welchem Energiebereich gibt es gebundene Bahnen?

(d) Schreiben Sie den integralen Ausdruck für die Schwingungsdauer der gebundenen Bahnen.

(e) Berechnen Sie das Integral in (d) (**Hinweis:** $\int_0^1 \frac{y\ dy}{\sqrt{1-y^2}} = 1$.)

Bitte wenden!

T1.3 Lagrange (10P)



Zwei Teilchen mit gleicher Masse m seien durch eine masselose starre Stange der Länge L miteinander verbunden. Die erste Masse gleite Reibungsfrei auf einer horizontalen Stange. Auf das System wirke das Schwerefeld. Die Bewegung erfolgt auf der (x, y) Ebene.

(a) Wie viele Zwangsbedingungen gibt es? Wie viele Freiheitsgrade f besitzt das System? Schreiben Sie die Zwangsbedingungen in Kartesischen Koordinaten.

Wählen Sie als verallgemeinerte Koordinaten x_1, sowie den Winkel θ laut Skizze.

(b) Schreiben Sie die Positionen und die Geschwindigkeiten der beiden Massenpunkte in kartesischen Koordinaten in Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten.

Drucken Sie nun folgende Größen als Funktion der verallgemeinerten Koordinaten aus:

(c) Potentialenergie.

(d) Kinetische Energie und die Lagrangefunktion II Art.

(e) Gibt es zyklische Koordinaten? Wenn ja, welche Erhaltungsgrößen gehören dazu (expliziter Ausdruck)?

(f) Schreiben Sie die Bewegungsgleichungen.

Nun sei θ klein. Sie können also in den Bewegungsgleichungen alle Terme, die quadratisch in θ sind vernachlässigen, also z.B. $\sin\theta \to \theta$, $\cos\theta \to 1$, $\theta\dot{\theta} \to 0$, etc.

(g,2P) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen, sowoh für $\theta(t)$ als auch für $x_1(t)$, mit den Anfangsbedingungen $\dot{x}_1(0) = \dot{\theta}(0) = 0$, $x_1(0) = 0$ und $\theta(0) = \theta_0$. **Hinweis:** benutzen Sie die Erhaltungsgröße vom Punkt (e).

(h,2P) Mit den gleichen Anfangsbedingungen aber ohne die Annahme, dass θ klein sei, schreiben Sie einen Integralausdruck für die Schwingungsdauer.