

Name:

Matrikelnummer:

1. Beispiel

Bestimmen Sie mittels Laplace-Transformation die Lösung $y(x)$ der Differentialgleichung

$$y''(x) + 4y'(x) + 4y(x) = e^{-x}$$

mit den Anfangswerten

$$y'(0) = 2 \quad \text{und} \quad y(0) = 0$$

[4 Punkte]

2. Beispiel

Gebgeben ist folgende Differentialgleichung erster Ordnung:

$$x z z_x + 3z z_y = x^2 e^y$$

a) Bestimmen sie die allgemeine Lösung $z(x, y)$.

[5 Punkte]

b) Ermitteln sie jene spezielle Lösung $z(x, y)$, welche die Raumkurve $z(x, 0) = x$ enthält.

[2 Punkte]

3. Beispiel

Man bestimme die Lösung der Wärmeleitungsgleichung

$$T_t = T_{xx} + \left(1 + \frac{3}{2}x\right) e^{-3t}$$

mit den Randwerten

$$T(0, t) = 0 \quad T(2, t) = 1 - e^{-3t} \quad \text{für alle } t$$

und den Anfangswerten

$$T(x, 0) = x(2 - x)$$

Hinweis:

$$\int_0^l x^2 \sin\left(\frac{k\pi x}{l}\right) dx = \left(\frac{l}{k\pi}\right)^3 \left[(2 - k^2\pi^2)(-1)^k - 2\right]$$

$$\int_0^l x \sin\left(\frac{k\pi x}{l}\right) dx = -\frac{l^2}{k\pi}(-1)^k$$

[9 Punkte]