Vektoranalysis: 1. Test

H. Gausterer

27. April 2021

Name: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Gruppe:

◯ Uni 1 ◯ Uni 2 ◯ TU 1 ◯ TU 2 ◯ TU 3

1. (4 Punkte) Gegeben sei die Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Bestimmen Sie die Eigenwerte
   (b) Bestimmen Sie die Eigenvektoren zu den Eigenwerten
   (c) Bestimmen Sie die orthogonale Matrix O die A diagonalisiert.

2. (4 Punkte) Bestimmen Sie die Bogenlänge von
$$y = \frac{a}{2}(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}})$$
   für $0 \leq x \leq a$. Beachten Sie, dieser Weg ist im $\mathbb{R}^2$ durch $y = f(x)$ parametrisiert.

3. (6 Punkte) Bestimmen Sie $\forall$ (x,y) aus $\mathbb{R}^2$ $\vec{\nabla} f$ für die Funktion
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3-3xy^2}{x^2+y^2} & \forall\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$
   Sind $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ und $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ stetig in (0,0)?

4. (6 Punkte) Sei $B \subset \mathbb{R}^2$ das Innere eines Dreiecks mit den Eckpunkten (0,0), (0,1) und (2,2). Berechnen Sie
$$\int_B \left(xy + \frac{1}{(1+x+y)^2} \right)\, dF(x,y).$$