Gewöhnliche Differenzialgleichungen (für PhysikerInnen) SS 2017

Wiederholungsblatt

Aufgabe 1
Lösen Sie die Differenzialgleichung

$$y' = \tan(x+y) - 1.$$

Hinweis: Führen Sie eine geeignete Substitution durch.

Aufgabe 2
Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' - \frac{1}{x-2}y = 2(x-2)^2, \quad y(3) = 4.$$

Aufgabe 3
Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$(x^3 - 3xy^2)dx + (y^3 - 3x^2y)dy = 0, \quad y(1) = 1,$$

in impliziter Form $F(x,y) = 0$.

Aufgabe 4
Überführen Sie die Differenzialgleichung $y'''(x) + x^2y''(x) + (y'(x))^2 - 3\tan(y(x)) = \coth(x^2)$ in ein System erster Ordnung.

Aufgabe 5
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems $\vec{y}\,' = A\vec{y}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6
Wir betrachten das lineare System von Differenzialgleichungen $\vec{y}\,' = A\vec{y}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{t} & \frac{1}{t^2} \\ -1 & \frac{1}{t} \end{pmatrix}.$$

(i) Zeigen Sie, dass $\vec{x}(t) = \binom{t}{-t^2}$ eine Lösung des Systems ist.

(ii) Bestimmen Sie über das Reduktionsverfahren von d'Alembert eine zweite Lösung.

Aufgabe 7
Betrachten Sie die Differenzialgleichung

$$y''' + y'' - 2y = f(x).$$

(i) Geben Sie die allgemeine (reelle) Lösung der homogenenen Gleichung an.

(ii) Wie sieht ein passender Ansatz aus, um eine partikuläre Lösung für die inhomogene Gleichung zu den unten gegebenen rechten Seiten f zu finden?

(a) $f(x) = x^2$;

(b) $f(x) = xe^x$;

(c) $f(x) = x \sin x$.

Aufgabe 8
Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' + 4y' + 3y = 8xe^x - 6, \quad y(0) = -\frac{11}{4}, y'(0) = \frac{1}{4}.$$