KFU Graz

Dénes Sexty (denes.sexty@uni-graz.at)

Gewönliche und Partielle Differentialgleichungen

Übungsklausur 2. 04.07, 14:00 SS 22

Gewöhnliche Differentialgleichungen

1. Aufgabe: (10 Punkte)

Ein Federpendel mit Masse M, Federkonstante k und Reibungskoeffizient μ wird periodisch mit einer Kraft $F(t) = \sin(\omega t)$ angeregt. Damit lautet die Bewegungsgleichung

$$M\ddot{x}(t) + \mu\dot{x}(t) + kx(t) = \sin(\omega t) \tag{1}$$

Lösen Sie diese Gleichung für die Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = 0$. Welche Funktion beschreibt die Bewegung nach langer Zeit?

2. Aufgabe: (10 Punkte) Zeigen Sie das $e^{n/x}$ eine Lösung der folgenden Differentialgleichung ist:

$$y''(x) + \frac{2}{x}y'(x) - \frac{n^2}{x^4}y(x) = 0 \tag{2}$$

Mittels dem verfahren von D'Alembert finden Sie die Allgemeinlösung der Differentialgleichung!

3. Aufgabe: (10 Punkte) Berechnen Sie die Green-funktion vom folgenden Randwertproblem:

$$u''(x) = f(x), \;\; u'(0) = 0, u(1) + 2u'(1) = 0 \tag{3}$$

Lösen Sie das Randwertproblem mit $f(x) = x$ mittels Green-funktion!

Partielle Differentialgleichungen

4. Aufgabe: (10 Punkte)

Verwenden Sie einen Separationsansatz um mindenstens eine Lösung der folgenden partiellen Differenzialgleichung zu finden

$$\frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y}u(x,y) + 2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}u(x,y) - \frac{\partial}{\partial y}u(x,y) - u = 0 \tag{4}$$

5. Aufgabe: (10 Punkte)

Lösen Sie die partielle Differentialgleichung

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = xt^2$$

Mit den Anfangsbedingunen: $u_0(x) = u(x,0) = \sin(x), \ u_1(x) = u_t(x,0) = 0.$ (5)

6. Aufgabe: (10 Punkte)

Lösen Sie die 2-dimensionale Laplace-Gleichung auf dem Einheitskreis:

$$\triangle u(x,y) = 0, \ x^2 + y^2 < 1 \tag{6}$$

Mit den Randbedingungen:

$$u(\cos\varphi, \sin\varphi) = 1 + 3\sin\varphi \tag{7}$$