KFU Graz

Dénes Sexty (denes.sexty@uni-graz.at)

**Gewönliche und Partielle Differentialgleichungen – Nachklausur 23.09.2022** SS 22

**Gewöhnliche Differentialgleichungen**

**1. Aufgabe:** (10+5 Punkte)

- a) Was versteht man unter
  - einer Exakte differentialgleichung?
  - einer Lineare Differentialgleichung?
  - ein Anfangswertproblem?
  - einer impliziten Differentialgleichung?
  - Potenzreihen-ansatz?
  - der Wronsky determinante?
- b) Wie kann man eine autonome gewöhnliche Differentialgleichung Lösen?

**2. Aufgabe:** (4+6+5 Punkte)

- a) Was ist die Aussage von dem Existenzsatz von Peano?
- b) Wie rechnet man die Allgemeine Lösung einer inhomogenen linearen Differentialgleichung aus?
- c) Erlautern Sie, wie man die metode 'Variation der Konstanten' für ein System von linearen Differentialgleichungen benutzt!

**3. Aufgabe:** (5+5+5 Punkte)

- Was passiert wenn die Charakteristische Polinom eine n-ter ordnung homogene lineare Differentialgleichung degenerierte Nullstellen hat?
- Was versteht man unter einen Lineares Randwertproblem von einen gewönlichen Differentialgleichung?
- Erlautern Sie, was die vorteil von Runge-Kutta methoden über die Euler methode ist, bei numerische lösungen von Differentialgleichungen (eine Herleitung ist nicht nötig).

**Bitte wenden!**

**Partielle Differentialgleichungen**

**4. Aufgabe:** (3+3+6 Punkte)

Was versteht man unter

- ein Green-Funktion eines Partiellen Differentialoperators?
- Robin Randbedingungen?
- einer Fourier Reihe? Wie kann man die Koeffizienten in einer Fourier Reihe

$$f(x) = \sum_n a_n \sin(n2\pi x/L) + b_n \cos(n2\pi x/L), \quad 0 < x < L$$

  ausrechnen?

**5. Aufgabe:** (10 Punkte)

Betrachten Sie das Anfangswertproblem $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0,\ u(x,0) = 0,\ u_t(x,0) = u_1(x)$. Geben Sie die D'Alembert'sche Lösungsformel für diese Anfangsbedingungen an, und zeigen Sie, dass es der Differentialgleichung genügt.

**6. Aufgabe:** (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass mittels Separationsansatz, die Laplace Gleichung auf der Einheitsquadrat auf gewöhnliche Differentialgleichungen zurückführbar ist.