KFU Graz

Dénes Sexty (denes.sexty@uni-graz.at)

Gewönliche und Partielle Differentialgleichungen – Klausur SS 22

Gewöhnliche Differentialgleichungen

1. Aufgabe: (10+5 Punkte)

- a) Was versteht man unter
  - einer gewönlichen Differentialgleichung mit trennbaren Variablen?
  - der allgemeinen Lösung von einer (gewönlichen) Differentialgleichung?
  - einer impliziten Differentialgleichung?
  - der Lipschitz Bedingung?
  - der Wronsky determinante?
- b) Zeigen Sie, dass man eine n-te Ordnung Differentialgleichung in ein System von erster Ordnung Differentialgleichungen transformieren kann.

2. Aufgabe: (4+6+5 Punkte)

- a) Unter welchen Voraussetzungen hat ein Anfangswertproblem einer ersten Ordnung Differentialgleichung eine eindeutige Lösung?
- b) Wie rechnet man die Allgemeine Lösung einer inhomogenen linearen Differentialgleichung aus?
- c) Wie löst man ein homogenes System von linearen Differentialgleichungen mit kostanten Koeffizienten?

3. Aufgabe: (5+5+5 Punkte)

- Wie sieht ein Euler'sche Differentialgleichung aus und wie kann man sie Lösen?
- Wie definiert man die Green-Funktion einer Sturm'schen Randwertaufgabe, und wofür kann man sie benutzen?
- Erläutern Sie, wie man die Eulermethode benutzt, um Differentialgleichungen numerisch zu lösen!

Bitte wenden!

Partielle Differentialgleichungen

4. Aufgabe: (3+3+6 Punkte)

Was versteht man unter

- dem Maximumsprinzip (für Lösungen von der Laplapce-Gleichung)?
- Dirichelet and Neumann Randbedingungen?
- einer Fourier Reihe? Wie kann man die Koeffizienten in einer Fourier Reihe

$$f(x) = \sum_n a_n \sin(n2\pi x/L) + b_n \cos(n2\pi x/L), \;\; 0 < x < L$$

  ausrechnen?

5. Aufgabe: (10 Punkte)

Betrachten Sie das Anfangswertproblem $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0,\; u(x,0) = u_0(x),\; u_t(x,0) = 0$. Geben Sie die D'Alembert'sche Lösungsformel für diese Anfangsbedingungen an, und zeigen Sie, dass es der Differentialgleichung genügt.

6. Aufgabe: (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass mittels Separationsansatz, die 1D wellengleichung auf gewöhnliche Differentialgleichungen zurückführbar ist.