

1. Aufgabe: (10+5 Punkte)

- a) Was versteht man unter
 - 1) – der allgemeinen Lösung von einer (gewöhnlichen) Differentialgleichung?
 - 2) – ein Randwertproblem?
 - 3) – Integrierender Faktor?
 - 4) – eine inhomogene lineare Differentialgleichung?
 - 5) – das charakteristische Polynom einer n-ter ordnung homogene lineare Differentialgleichung?
- b) Wie kann man eine exakte Differentialgleichung Lösen?

2. Aufgabe: (5+5+5 Punkte)

- a) Was ist Sukzessive Approximation und wie benutzt man den um Differentialgleichungen zu Lösen?
- b) Was versteht man unter Kritische Punkte einer autonomen Differentialgleichung? Welche Typen von Kritische Punkten kennen Sie?
- c) Welche metoden kennen Sie für das bestimmen eine Partikuläre Lösung von einer inhomogenen linearen Differentialgleichung?

3. Aufgabe: (5+5+5 Punkte)

- Was passiert wenn die Charakteristische Polynom eine n-ter ordnung homogene lineare Differentialgleichung degenerierte Nullstellen hat?
- Wie definiert man die Green-Funktion einer Sturm'schen Randwertaufgabe, und wofür kann man sie benutzen?
- Erläutern Sie, wie man die Eulermethode benutzt, um Differentialgleichungen numerisch zu lösen!

4. Aufgabe: (3+3+6 Punkte)

Was versteht man unter

- dem Maximumsprinzip (für Lösungen von der Laplace-Gleichung)?
- Dirichlet und Neumann Randbedingungen?
- einer Fourier Reihe? Wie kann man die Koeffizienten in einer Fourier Reihe

$$f(x) = \sum_n a_n \sin(n2\pi x/L) + b_n \cos(n2\pi x/L), \quad 0 < x < L$$

ausrechnen? Wohin konvergiert diese Reihe?

5. Aufgabe: (10 Punkte)

Was ist die Aussage des Existenzsatzes von Picard-Lindelöf, und dessen von Peano? Mithilfe dieser Sätze, zeigen Sie, dass die Differenzialgleichung $y' = \sqrt{|y|}$ mit Anfangsbedingung $y(0) = 0$ nicht eindeutig lösbar ist.

6. Aufgabe: (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass mittels Separationsansatz, die eindimensionelle Diffusionsgleichung auf gewöhnliche Differentialgleichungen zurückführbar ist. Gegeben Seien die Randbedingungen $u(x=0, t) = u_0 = u(x=L, t)$, schreiben Sie die Lösung der Diffusionsgleichung als eine Reihe.