Einführung in die mathematischen Methoden

M. Holzmann **Test** **11. November 2020**

Name: ______________________ Matr.-Nr.: ______________

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**. Bitte beschriften Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen! Es können maximal 30 Punkte erreicht werden. Die Klausur gilt mit 9 Punkten als bestanden.

Bitte dieses Feld NICHT ausfüllen:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: (2 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$:

$$\text{(a)} \quad (6-2i)\cdot(1+5i), \qquad\qquad \text{(b)} \quad \frac{3+4i}{1+i}.$$

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Bestimmen Sie alle Nullstellen des Polynoms

$$p(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 8.$$

Eine Nullstelle darf geraten werden, sie muss aber durch eine Probe verifiziert werden. Die anderen beiden Nullstellen müssen berechnet werden.

Aufgabe 3: (2 Punkte)

Handelt es sich bei der folgenden Abbildungsvorschrift um eine Funktion?

$$f : [0,\infty) \to (1,\infty), \quad f(x) = x^2 + 1.$$

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 4: (2 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f : [0,1] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 + x + \sin x.$$

Überprüfen Sie mit einer Rechnung (und nicht nur graphisch), ob f injektiv bzw. surjektiv ist.

Aufgabe 5: (3 Punkte)

Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^1 (x^2-1)e^{2x}dx.$$

Aufgabe 6: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die alle Extrema der Funktion

$$f(x) = (x+4)\sqrt{x^2+1}$$

sowie deren Typ.

Aufgabe 7: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Formel der Ebene in $\mathbb{R}^3$, die durch die Punkte

$$\vec{p}_1 = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \quad \vec{p}_2 = \begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{p}_3 = \begin{pmatrix}0\\-2\\1\end{pmatrix}$$

geht, in Parameterform und in parameterfreier Form.

Aufgabe 8: (3 Punkte)

Führen Sie die folgende Polynomdivision durch:

$$(2x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 6x - 5) : (x^2 + 2x + 3),$$

d.h. bestimmen Sie das Ergebnis und den Rest der Polynomdivision.

Aufgabe 9: (3 Punkte)

Es sei $z = 1 - i\sqrt{3}$ und $w = i$. Zeichnen Sie z und w in der komplexen Zahlenebene ein, geben Sie die Polardarstellung von z und w an (durch eine Rechnung oder eine graphische Überlegung) und berechnen Sie $z \cdot w$ sowie $\frac{z^2}{w}$ in Polardarstellung.

Aufgabe 10: (4 Punkte)

Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{x+1}{x^2+1} dx.$$