Einführung in die mathematischen Methoden

M. Holzmann | **Test** | **21. Oktober 2020**

Name: ______________________________ Matr.-Nr.: ____________________

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**. Bitte beschriften Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen! Es können maximal 30 Punkte erreicht werden. Die Klausur gilt mit 9 Punkten als bestanden.

Bitte dieses Feld NICHT ausfüllen:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum$

Viel Erfolg!

Gruppe 4

Aufgabe 1: (2 Punkte)

Handelt es sich bei der folgenden Abbildungsvorschrift um eine Funktion?

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2 + 2x - 1}{x - 4}}.$$

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Formel der Geraden in $\mathbb{R}^2$, die durch die beiden Punkte $\vec{p} = \binom{2}{3}$ und $\vec{q} = \binom{3}{-2}$ geht, in Parameterform und in parameterfreier Form.

Aufgabe 3: (2 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$:

$$\text{(a)} \quad (2 + i) \cdot (2 - 4i), \qquad\qquad \text{(b)} \quad \frac{1 - i}{2 - i}.$$

Aufgabe 4: (3 Punkte)

Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int (1 - 3x) \cdot \cos(x) dx.$$

Aufgabe 5: (2 Punkte)

Überprüfen Sie mit einer Rechnung (d.h. nicht nur graphisch), ob die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = -\cos(x) + 2x,$$

injektiv ist.

Aufgabe 6: (4 Punkte)

Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^1 (3x^2 + 4x)\sqrt{x^3 + 2x^2 + 1} dx.$$

Aufgabe 7: (3 Punkte)

Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung der Funktion

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x}.$$

Vereinfachen Sie den Ausdruck für die zweite Ableitung soweit wie möglich.

Aufgabe 8: (3 Punkte)

Es sei $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$. Zeichnen Sie z in der komplexen Zahlenebene ein, geben Sie die Polardarstellung von z an (durch eine Rechnung oder eine graphische Überlegung) und berechnen Sie z^5 (in Polardarstellung).

Aufgabe 9: (4 Punkte)

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 - 2x + 2.$$

Für die folgenden drei Punkte reichen graphische Lösungen! Zeichnen Sie bitte für alle drei Punkte eigene Skizzen.

(a) Argumentieren Sie graphisch, ob f surjektiv ist.

(b) Zeichnen Sie das Bild $f([1,2])$ des abgeschlossenen Intervalls $[1,2]$ ein.

(c) Zeichnen Sie das Urbild $f^{-1}((2,3))$ des offenen Intervalls $(2,3)$ ein.

Aufgabe 10: (4 Punkte)

Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$R(x) = \frac{4x - 2}{x^2 - 2x}.$$