

Einführung in die mathematischen Methoden

M. Holzmann

Test

21. Oktober 2020

Name: _____ Matr.-Nr.: _____

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**. Bitte beschriften Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen!
Es können maximal 30 Punkte erreicht werden. Die Klausur gilt mit 9 Punkten als bestanden.

Bitte dieses Feld NICHT ausfüllen:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ

Viel Erfolg!

Gruppe 3

Aufgabe 1:

(2 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$:

$$(a) (1 - 3i) \cdot (2 - i), \quad (b) \frac{2 + 3i}{1 - 2i}.$$

Aufgabe 2:

(3 Punkte)

Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int (2 - x) \cdot \sin(x) dx.$$

Aufgabe 3:

(4 Punkte)

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 + 2x - 1.$$

Für die folgenden drei Punkte reichen graphische Lösungen! Zeichnen Sie bitte für alle drei Punkte eigene Skizzen.

- (a) Argumentieren Sie graphisch, ob f surjektiv ist.
- (b) Zeichnen Sie das Bild $f([0, 1])$ des abgeschlossenen Intervalls $[0, 1]$ ein.
- (c) Zeichnen Sie das Urbild $f^{-1}((1, 2))$ des offenen Intervalls $(1, 2)$ ein.

Aufgabe 4:

(2 Punkte)

Überprüfen Sie mit einer Rechnung (d.h. nicht nur graphisch), ob die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = 2 \cos(x) + 4x,$$

injektiv ist.

Aufgabe 5:

(4 Punkte)

Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$R(x) = \frac{2 - x}{x^2 - x}.$$

Aufgabe 6:

(2 Punkte)

Handelt es sich bei der folgenden Abbildungsvorschrift um eine Funktion?

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 1}.$$

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 7:

(3 Punkte)

Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung der Funktion

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}.$$

Vereinfachen Sie den Ausdruck für die zweite Ableitung soweit wie möglich.

Aufgabe 8:

(3 Punkte)

Es sei $z = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$. Zeichnen Sie z in der komplexen Zahlenebene ein, geben Sie die Polardarstellung von z an (durch eine Rechnung oder eine graphische Überlegung) und berechnen Sie z^4 (in Polardarstellung).**Aufgabe 9:**

(3 Punkte)

Bestimmen Sie die Formel der Geraden in \mathbb{R}^2 , die durch die beiden Punkte $\vec{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ geht, in Parameterform und in parameterfreier Form.**Aufgabe 10:**

(4 Punkte)

Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^{\pi/2} (3(\cos x)^2 - \sin(\cos x)) \sin x dx.$$