

# Einführung in die mathematischen Methoden

M. Holzmann

**Test**

**21. Oktober 2020**

---

Name: \_\_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**. Bitte beschriften Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen!  
Es können maximal 30 Punkte erreicht werden. Die Klausur gilt mit 9 Punkten als bestanden.

**Bitte dieses Feld NICHT ausfüllen:**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma$

**Viel Erfolg!**

**Gruppe 1**

**Aufgabe 1:**

(2 Punkte)

Handelt es sich bei der folgenden Abbildungsvorschrift um eine Funktion?

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sin\left(\frac{x+1}{x^2-4}\right).$$

Begründen Sie Ihre Antwort!

**Aufgabe 2:**

(3 Punkte)

Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int (x^2 + 3) \cdot \ln(x) dx.$$

**Aufgabe 3:**

(2 Punkte)

Überprüfen Sie mit einer Rechnung (d.h. nicht nur graphisch), ob die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sin(x) + 5x,$$

injektiv ist.

**Aufgabe 4:**

(3 Punkte)

Bestimmen Sie die Formel der Geraden in  $\mathbb{R}^2$ , die durch die beiden Punkte  $\vec{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  und  $\vec{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  geht, in Parameterform und in parameterfreier Form.

**Aufgabe 5:**

(3 Punkte)

Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung der Funktion

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}.$$

Vereinfachen Sie den Ausdruck für die zweite Ableitung soweit wie möglich.

**Aufgabe 6:**

(2 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form  $a + bi$ :

$$(a) \quad (3 + i) \cdot (-2 + 3i), \quad (b) \quad \frac{3 - 2i}{2 + i}.$$

**Aufgabe 7:**

(4 Punkte)

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 - 2x + 3.$$

Für die folgenden drei Punkte reichen graphische Lösungen! Zeichnen Sie bitte für alle drei Punkte eigene Skizzen.

- (a) Argumentieren Sie graphisch, ob  $f$  surjektiv ist.
- (b) Zeichnen Sie das Bild  $f([1, 2])$  des abgeschlossenen Intervalls  $[1, 2]$  ein.
- (c) Zeichnen Sie das Urbild  $f^{-1}((3, 4))$  des offenen Intervalls  $(3, 4)$  ein.

**Aufgabe 8:**

(4 Punkte)

Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$R(x) = \frac{2-x}{x^2+x}.$$

**Aufgabe 9:**

(3 Punkte)

Es sei  $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ . Zeichnen Sie  $z$  in der komplexen Zahlenebene ein, geben Sie die Polardarstellung von  $z$  an (durch eine Rechnung oder eine graphische Überlegung) und berechnen Sie  $z^5$  (in Polardarstellung).

**Aufgabe 10:**

(4 Punkte)

Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^{\pi/2} \left( (\sin(x))^2 + \frac{1}{1 + \sin(x)} \right) \cdot \cos(x) dx.$$