VO-Prüfung
Differenzial- und Integralrechnung (PHY.C30)
12.2.2015 – Gruppe B

Name: Matrikelnummer:

Aufgabe 1: Zeigen Sie mithilfe von vollständiger Induktion, dass gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

(8 Punkte)

Aufgabe 2: Berechnen Sie die MacLaurin Reihe der Funktion $f(x) = (1+\sin x)^2$ bis *inklusive* Terme der Ordnung x^3 auf zwei Arten:
(a) Mit Hilfe der Formel von MacLaurin für $f(x)$ und
(b) indem Sie die MacLaurin Reihe von $\sin x$ in die Funktion $f(x)$ einsetzen.

(10 Punkte)

Aufgabe 3: (a) Eine Funktion $f(x, y)$ sei gegeben, wobei x und y wiederum Funktionen von r und s seien, $x(r, s)$ und $y(r, s)$. (a) Drücken Sie das totale Differenzial df einmal durch dx und dy, und einmal durch dr und ds aus. Leiten Sie daraus die Kettenregel der Differenziation ab. (b) Wenden Sie die Kettenregel an, um $\frac{\partial f}{\partial r}$ für folgende Funktion zu berechnen:

$$f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}, \;\; x(r, s) = \sin(rs), \;\; y(r, s) = \cos(rs)$$

(10 Punkte)

Aufgabe 4: (a) Was besagt der 1. Mittelwertsatz der Integralrechnung? Fertigen Sie eine Skizze an, um die Bedeutung des 1. Mittelwertsatzes der Integralrechnung zu erläutern. (b) Was besagt der Fundamentalsatz der Analysis? Skizzieren Sie dessen Beweis unter Zuhilfenahme des Mittelwertsatzes.

(10 Punkte)

Aufgabe 5: (a) Was versteht man unter einem uneigentlichen Integral? Welche zwei Arten von uneigentlichen Integralen kann man unterscheiden? Geben Sie je ein Beispiel an. (b) Für welche reellen Werte von γ existiert das folgende uneigentliche Integral und welches Ergebnis erhalten Sie für das Integral?

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^{1-\gamma}}$$

(10 Punkte)

Gutes Gelingen!

42 – 48 Punkte	...	Sehr Gut
36 – 41 Punkte	...	Gut
30 – 35 Punkte	...	Befriedigend
24 – 29 Punkte	...	Genügend
0 – 23 Punkte	...	Nicht Genügend