

1 Kreuzen Sie an, ob die Aussage wahr oder falsch ist

1. Eine Potenzreihe mit Konvergenzradius $R > 0$ ist unendlich oft differenzierbar und die Ableitungen haben immer denselben Konvergenzradius
2. Der Konvergenzradius einer Funktion ist gegeben durch $R = \limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$
3. Jedes unendlich oft differenzierbare Polynom kann dargestellt werden als

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

4. Jede Potenzreihe mit Konvergenzradius $R > 0$ ist unendlich oft integrierbar und hat dabei immer den selben Konvergenzradius
5. Eine Potenzreihe mit Konvergenzradius $R = \infty$ auf dem Intervall $[0, \infty)$ ist monoton wachsend

2

- a. Was bedeutet punktförmig Konvergenz
- b. Was bedeutet gleichmäßige Konvergenz
- c. Wenden sie es auf das Beispiel $f_n(x) = \frac{n}{n+x^2}$ an.
Bestimmen sie die Grenzfunktion und zeigen Sie, ob sie punktförmig und/oder gleichmäßig konvergiert

3

- a. Was ist eine Stammfunktion
- b. Was ist der 1. Hauptsatz der Differential und Integral-Rechnung mit allen Einschränkungen

4 Bestimmen Sie die Grenzwerte

i.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2(x) \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \cos(2x) - \sin^2(x)}$$

ii.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 2x}$$

5

- a. Was ist die Definition einer konvexen Funktion
- b. Was ist der Zusammenhang zwischen der Konvexität und den Ableitungen einer Funktion
- c. Prüfen sie, ob folgende Funktion konvex ist

$$f(x) := \int_0^x e^{y^2} dy$$