

Übungen zu Differential- und Integralrechnung

WS 2020/21 – 1. Klausur 18.11.2020

Aufgabe 1: (5 Punkte) Bilden die folgenden beiden Abstandsfunktionen $d(x, y)$ eine Metrik auf \mathbb{R} ? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

a) $d(x, y) = |x|$

b) $d(x, y) = (x - y)^2$

Aufgabe 2: (5 Punkte) Untersuchen Sie die gegebenen Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert für $n \rightarrow \infty$.

$$a_n = \frac{(2n + 1)^3}{(n + 2)^3}$$

$$b_n = \frac{e^n(n + 1)}{n^2 + 1}$$

Aufgabe 3: (5 Punkte) Bestimmen Sie das Konvergenzintervall der folgenden Potenzreihe. Das Konvergenzverhalten an den Randpunkten muss *nicht* untersucht werden.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n! \left(\frac{x}{n}\right)^n$$

Aufgabe 4: (5 Punkte) Berechnen Sie folgenden Grenzwert ($x \geq 0$)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{\frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right)} - \frac{1}{x} \right)$$

Aufgabe 5: (5 Punkte) Bestimmen Sie das Taylorpolynom für den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ bis inklusive zur Ordnung x^2 der folgenden Funktion:

$$f(x) = \sqrt{1 + \sin x}$$