

Übungen zu Differential- und Integralrechnung

2. Kurztest 10.12.2018 – Gruppe B

Aufgabe 1: (4 Punkte) Berechnen Sie folgenden Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}$$

Aufgabe 2: (3 Punkte) Berechnen Sie alle 3. Wurzeln der komplexen Zahl

$$z = -\frac{4}{2-2i}$$

und stellen Sie diese in der komplexen Zahlenebene graphisch dar.

Aufgabe 3: (3 Punkte) Gegeben ist die Funktion:

$$y(x) = -\sinh(x)$$

(i) Fertigen Sie eine Skizze des Graphen der Funktion $y(x)$ an und geben Sie Definitions- und Wertebereich der Funktion an.

Hinweis: $\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

(ii) Für welche $x \in \mathbb{R}$ kann die Umkehrfunktion $x(y)$ definiert werden?

(iii) Berechnen Sie $\frac{dx}{dy}$ mit Hilfe der Beziehung

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}},$$

und drücken Sie das Ergebnis als Funktion von y aus.

Formelsammlung:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} e^{i\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)}$$

$$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}), \quad \cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

$$\cosh^2 x = 1 + \sinh^2 x$$