

Übungen zu Differential- und Integralrechnung

2. Kurztest 10.12.2018 – Gruppe A

Aufgabe 1: (4 Punkte) Berechnen Sie folgenden Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)^2}{\ln(1 + x^2)}$$

Aufgabe 2: (3 Punkte) Berechnen Sie alle 4. Wurzeln der komplexen Zahl

$$z = \frac{2}{i - 1}$$

und stellen Sie diese in der komplexen Zahlenebene graphisch dar.

Aufgabe 3: (3 Punkte) Gegeben ist die Funktion:

$$y(x) = \cosh(x)$$

(i) Fertigen Sie eine Skizze des Graphen der Funktion $y(x)$ an und geben Sie Definitions- und Wertebereich der Funktion an.

Hinweis: $\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

(ii) Für welche $x \in \mathbb{R}$ kann die Umkehrfunktion $x(y)$ definiert werden?

(iii) Berechnen Sie $\frac{dx}{dy}$ mit Hilfe der Beziehung

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}},$$

und drücken Sie das Ergebnis als Funktion von y aus.

Formelsammlung:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} e^{i\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)}$$

$$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}), \quad \cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

$$\cosh^2 x = 1 + \sinh^2 x$$