

1. Klausur — B

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten genau zu begründen!
Jedes Beispiel ist 6 Punkte wert.

Aufgabe 1 Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der folgenden Folgen:

$$(a) \quad a_n := \frac{n^5 + 2017n - 1}{\sqrt{2n^5 - 7n^4 + 10}}, \quad (b)^* \quad a_{n+1} := \sqrt{\frac{2}{5}a_n + \frac{3}{25}}, \quad a_0 := 0.$$

Aufgabe 2 Die Funktion Ln ist durch das folgende Integral definiert:

$$\text{Ln}(x) := \int_0^x dt \ln(1+t), \quad -1 < x < 0.$$

(a) Zeigen Sie, dass Ln die folgende Potenzreihendarstellung hat:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-1)n} x^n \tag{1}$$

(b) Für welche reelle x konvergiert die Reihe in (1) absolut bzw. gleichmäßig?

(c) **1 Bonuspunkt** Bestimmen Sie die Summe der Reihe an der Stelle $x = -1$.

Aufgabe 3 Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades der Funktion

$$f(x) := xe^x$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und schätzen Sie den Fehler für $x \in [-10^{-1}, 0]$ mittels Lagrange'sches Restglied ab.

Aufgabe 4 Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos(x) - 1) \sinh(x^2)}{x^4}, \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x - \sqrt{x}} - \sqrt{x} \right).$$

Name:

Matr.-Nr:

Unterschrift: