

# 1. Klausur — A

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten genau zu begründen!  
Jedes Beispiel ist 6 Punkte wert.

**Aufgabe 1** Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der folgenden Folgen:

$$(a) \quad a_n := \frac{n^2 + 2017n - 1}{\sqrt{2n^5 - 7n^3 + 10}}, \quad (b)^* \quad a_{n+1} := \sqrt{\frac{2}{3}a_n + \frac{8}{9}}, \quad a_0 := 0.$$

**Aufgabe 2** Die Funktion  $\text{Ln}$  ist durch das folgende Integral definiert:

$$\text{Ln}(x) := \int_0^x dt \ln(1-t), \quad 0 < x < 1.$$

(a) Zeigen Sie, dass  $\text{Ln}$  die folgende Potenzreihendarstellung hat:

$$-\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} x^n. \quad (1)$$

(b) Für welche reelle  $x$  konvergiert die Reihe in (1) absolut bzw. gleichmäßig?

(c) **1 Bonuspunkt** Bestimmen Sie die Summe der Reihe an der Stelle  $x = 1$ .

**Aufgabe 3** Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades der Funktion

$$f(x) := xe^{-x}$$

um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  und schätzen Sie den Fehler für  $x \in [0, 10^{-1}]$  mittels Lagrange'sches Restglied ab.

**Aufgabe 4** Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cosh(x) - 1) \sin(x^2)}{x^4}, \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x} \right).$$

Name:

Matr.-Nr:

Unterschrift: